

Pangarso Yuliatmoko
Dewi Retno Sari S



MATEMATIKA

Untuk Sekolah Menengah Atas
& Madrasah Aliyah

XI Bahasa



PUSAT PERBUKUAN
Departemen Pendidikan Nasional

Pangarso Yuliatmoko
Dewi Retno Sari S

M a t e m a t i k a

XI Program Bahasa

SMA/MA



Pusat Perbukuan
Departemen Pendidikan Nasional

Hak Cipta Buku ini dibeli oleh Departemen Pendidikan Nasional
dari Penerbit Karya Mandiri Nusantara, PT

Matematika

Untuk SMA/MA Kelas XI Program Bahasa

Penulis:

**Pangarso Yuliatmoko
Dewi Retno Sari S**

Editor:

Enik Yuliatin

Penata Letak Isi:

Ika Widyaningsih E

Desainer Sampul:

Adi Wahyono

Ilustrator:

Susanto

Sumber Ilustrasi Cover:

CD Image

Ukuran Buku

17,6 × 25 cm

YUL m	YULIATMOKO, Pangarso
	Matematika : untuk Sekolah Menengah Atas dan Madrasah Aliyah kelas XI program bahasa/Pangarso Yuliatmoko, Dewi Retno Sari S ; editor Enik Yuliatin. — Jakarta : Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional, 2008. viii, 122 hlm. : illus. ; 25 Cm. Bibliografi : hlm.119 Indeks ISBN 979-462-910-3 1. Matematika-Studi dan Pengajaran I. Judul II. Dewi Retno Sari S III. Yuliatin, Enik

Diterbitkan oleh Pusat Perbukuan
Departemen Pendidikan Nasional
Tahun 2008

Diperbanyak oleh ...

Kata Sambutan

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Allah SWT, berkat rahmat dan karunia-Nya, Pemerintah, dalam hal ini, Departemen Pendidikan Nasional, pada tahun 2008, telah membeli hak cipta buku teks pelajaran ini dari penulis/penerbit untuk disebarluaskan kepada masyarakat melalui situs internet (*website*) Jaringan Pendidikan Nasional.

Buku teks pelajaran ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan dan telah ditetapkan sebagai buku teks pelajaran yang memenuhi syarat kelayakan untuk digunakan dalam proses pembelajaran melalui Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 34 Tahun 2008.

Kami menyampaikan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada para penulis/penerbit yang telah berkenan mengalihkan hak cipta karyanya kepada Departemen Pendidikan Nasional untuk digunakan secara luas oleh para siswa dan guru di seluruh Indonesia.

Buku-buku teks pelajaran yang telah dialihkan hak ciptanya kepada Departemen Pendidikan Nasional ini, dapat diunduh (*down load*), digandakan, dicetak, dialihmediakan, atau difotokopi oleh masyarakat. Namun, untuk penggandaan yang bersifat komersial harga penjualannya harus memenuhi ketentuan yang ditetapkan oleh Pemerintah. Diharapkan bahwa buku teks pelajaran ini akan lebih mudah diakses sehingga siswa dan guru di seluruh Indonesia maupun sekolah Indonesia yang berada di luar negeri dapat memanfaatkan sumber belajar ini.

Kami berharap, semua pihak dapat mendukung kebijakan ini. Kepada para siswa kami ucapkan selamat belajar dan manfaatkanlah buku ini sebaik-baiknya. Kami menyadari bahwa buku ini masih perlu ditingkatkan mutunya. Oleh karena itu, saran dan kritik sangat kami harapkan.

Jakarta, Juli 2008

Kepala Pusat Perbukuan

Kata Pengantar

Puji Syukur kami panjatkan kehadiran Tuhan Yang Maha Esa atas rahmat-Nya sehingga kami dapat menyelesaikan buku ini. Buku ini kami tujukan untuk membantu siswa-siswi SMA Kelas XI Program Bahasa untuk dapat belajar secara mandiri dalam mempersiapkan diri sebagai generasi penerus bangsa, dan secara umum agar dapat membantu suksesnya pendidikan nasional dalam rangka mencerdaskan kehidupan bangsa.

Di kelas ini kalian kembali belajar matematika. Agar kalian mudah mempelajarinya, buku ini disajikan dengan bahasa yang sederhana dan komunikatif. Setiap kajian dilengkapi tugas dengan arahan kegiatan dan tugas yang sesuai dengan kehidupan sehari-hari agar kalian dapat menghubungkan antara konsep dan penerapannya. Setiap akhir bab juga dilengkapi dengan uji kompetensi yang bisa mengevaluasi kemampuan kalian dalam memahami materi yang sudah dijelaskan. Materi yang diberi tanda (* *) dimaksudkan sebagai pengayaan untuk siswa.

Ucapan terima kasih kami sampaikan kepada semua pihak yang telah membantu terselesaikannya buku ini sehingga dapat disajikan kepada siswa. Namun demikian buku ini pastilah tak luput dari kekurangan-kekurangan. Oleh karena itu berbagai macam perbaikan termasuk saran dan kritik dari pembaca sangat kami harapkan demi kesempurnaan buku ini.

Tim Penyusun

Petunjuk Penggunaan Buku

Apersepsi, mengantarkan siswa kepada materi yang akan dipelajari. Berisi uraian singkat, contoh penerapan, dan prasyarat yang harus dikuasai.



Peta konsep berikut memudahkan kalian dalam mempelajari seluruh materi pada bab ini.



Peta Konsep mempermudah alur berpikir dan pemahaman materi sehingga lebih sistematis.

Kata Kunci berisi kata-kata penting dalam setiap bab yang nantinya mempermudah dalam mengingat bahan ajar yang dibahas.

Dalam bab ini terdapat beberapa **kata kunci** yang perlu kalian ketahui.

1. Statistik
2. Statistika
3. Sampel
4. Tabel distribusi frekuensi
5. Diagram
6. Populasi

Infomedia

Setiap sepuluh tahun sekali BPS menyelenggarakan:
- Sensus Penduduk (SP) yaitu pada setiap tahun berakhiran "0" (nol).
- Sensus Pertanian (ST)

Infomedia berisi pengetahuan umum atau wawasan yang berkaitan dengan materi yang dibahas.

Sudut Matematika berisi kegiatan yang menuntut kemampuan analisis dan sikap kritis siswa.

Sudut Matematika

Meningkatkan Sikap Kritis Siswa

Menurut kalian faktor apa sajakah yang mempengaruhi tingkat kelahiran di desa Suka Makmur?

Kegiatan Menulis 1.1

Berikan contoh dalam kehidupan sehari-hari yang terkait dengan penyajian data dengan diagram garis. Menurut kalian, apa keuntungan penyajian data menggunakan diagram garis?

Kegiatan Menulis untuk menjelaskan dengan bahasa sendiri persoalan-persoalan yang sudah dibahas dalam rangka penerapan mata pelajaran dalam kehidupan sehari-hari.

Latihan diberikan setiap akhir sub bab untuk mengevaluasi siswa dalam pemahaman materi.



Latihan 1.1

1. Mintalah Kartu Menuju Sehat (KMS) di Puskesmas atau Posyandu terdekat. Berdasarkan informasi pada KMS tersebut, tentukan apakah perkembangan bayi pada Contoh 1.1 termasuk normal atau di bawah normal?
2. Diberikan hasil produksi padi tiap tahun pada Desa Suka Makmur dari tahun 2001 sampai dengan 2008 sebagai berikut.

Tahun	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Hasil (ton)	250	285	310	340	380	255	290	420

Refleksi tiap akhir bab berisi kegiatan atau pertanyaan yang mengungkap kesan siswa setelah mempelajari materi.



Refleksi

1. Carilah data yang ada di sekolah kalian kemudian ubahlah ke dalam bentuk histogram.
2. Dari histogram yang telah kalian buat, tuliskan hal-hal yang dapat dijelaskan dari data-data yang kalian peroleh, kemudian kumpulkan hasilnya pada guru kalian.
3. Carilah materi tentang statistika dari sumber yang lain misalnya internet atau jurnal yang sesuai, kemudian buatlah dalam laporan.

Rangkuman berisi uraian singkat materi yang telah dibahas pada setiap bab.

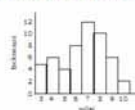
Uji Kompetensi berisi latihan soal pilihan ganda dan uraian, pada akhir bab untuk mengevaluasi siswa dalam memahami materi yang diberikan.



Uji Kompetensi

- A. Berilah tanda silang (X) pada huruf a, b, c, d, atau e yang kalian anggap benar.

1.



Histogram di samping menunjukkan nilai ujian matematika suatu kelas. Dari data tersebut dapat disimpulkan, kecuali . . .

- a. histogram dari data tunggal
- b. terdapat 8 kelas interval
- c. nilai terkecil = 10
- d. nilai tertinggi = 12
- e. panjang interval = 1

Latihan Semester



- A. Berilah tanda silang (X) pada huruf a, b, c, d, atau e yang kalian anggap benar.

1. Diketahui data berikut: 6, 4, -3, 8, 0, -6, 10, 6. Nilai median dan modusnya adalah
 - a. 6 dan 6
 - b. 6 dan 5
 - c. 5 dan 3
 - d. 5 dan 4
 - e. 5 dan 6

Latihan Semester pada tiap akhir semester untuk menguji kemampuan siswa dalam satu semester.

Daftar Simbol

Notasi	Keterangan	Halaman
$\%$	Persen, perseratus	6, 13
Σ	Sigma	36, 37, 39, 64, 65
$\sqrt{\quad}$	Akar kuadrat	40, 41, 65
\log	Logaritma bilangan	41
$ $	Nilai mutlak	64, 65
$!$	Faktorial	88, 90, 91, 92, 94
$P(n,k)$	Permutasi k unsur dari n unsur	90
$P_{\text{siklis}}(n)$	Permutasi siklis	92
$C(n,k)$	Kombinasi k unsur dari n unsur	94
\cup	Gabungan himpunan	102
\emptyset	Himpunan kosong	102
\cap	Irisan himpunan	102, 104, 105

Daftar Isi

Katalog Dalam Terbitan - ii
Kata Sambutan - iii
Kata Pengantar - iv
Petunjuk Penggunaan Buku -v
Daftar Simbol -vii
Daftar Isi - viii

Ukuran Data - 35

- A. Ukuran Pemusatan Data - 36
- B. Ukuran Letak Data - 49
- C. Ukuran Penyebaran Data
(*Dispersi*) - 63
- D. Data Pencilan - 67
- Uji Kompetensi - 74

Latihan Semester 1 - 77

Latihan Semester 2 - 115

Daftar Pustaka - 119

Indeks -120

Glosarium - 121

Kunci -122

Statistika - 1

- A. Membaca Data – 4
- B. Menyajikan Data - 8
- C. Tabel Distribusi Frekuensi dan
Histogram - 18
- Uji Kompetensi - 31

Peluang - 83

- A. Kaidah Pencacahan (*Counting Rules*) - 84
- B. Peluang Suatu Kejadian - 96
- C. Kejadian Majemuk - 101
- Uji Kompetensi - 109

Bab

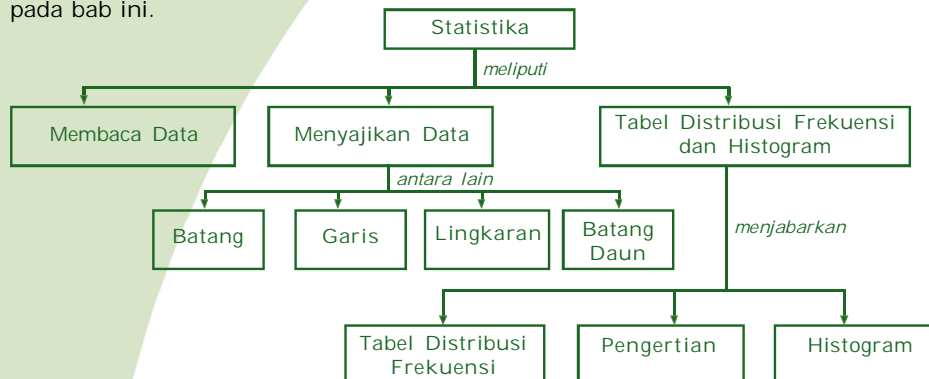
1

Statistika

Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering menjumpai penerapan statistika dalam beberapa aspek kehidupan. Pengumpulan data tentang minat siswa dalam pemilihan jurusan ilmu alam, ilmu sosial, atau bahasa data tentang kepadatan penduduk dapat disajikan dengan mudah menggunakan ilmu statistika. Akibatnya kita sering melihat data tersebut disajikan dalam tabel atau diagram. Dengan statistika, data-data yang diperoleh itu dapat disajikan dalam tabel dan diagram sehingga mempermudah bagi pembacanya.

Dapatkah kalian membaca data dalam tabel atau diagram? Dapatkah kalian menyajikannya? Pada bab ini kalian akan mempelajari segala sesuatu tentang statistika termasuk cara membaca, menyajikan serta menafsirkan data dari tabel atau diagram. Setelah mempelajarinya diharapkan kalian dapat menerapkan konsep statistika sehingga dapat membaca atau menyajikan data dalam bentuk tabel, diagram, ogive, serta memaknainya.

Peta konsep berikut memudahkan kalian dalam mempelajari seluruh materi pada bab ini.



Dalam bab ini terdapat beberapa **kata kunci** yang perlu kalian ketahui.

1. Statistik
2. Statistika
3. Sampel
4. Tabel distribusi frekuensi
5. Diagram
6. Populasi



Perhatikan gambar di bawah ini.

Data Satkorlak Kabupaten Bantul
Tanggal: 28/5/2006 Pukul: 17:30

No.	Kecamatan	Meninggal Dunia	Luka Berat	Luka Ringan	Rumah
1.	Bantul	229	167	72	169
2.	Sedayu	1	15	34	206
3.	Kasihan	40	18	45	392
4.	Sewon	353	250	0	0
5.	Bangun Tapan	187	303	60	0
6.	Pleret	419	0	99	0
7.	Piyungan	154	205	100	650
8.	Jetis	591	223	0	0
9.	Imogiri	82	0	0	0
10.	Dlingo	6	0	0	0
11.	Pundung	332	200	100	0
12.	Kretek	18	220	235	748
13.	Bambang Lipuru	547	0	100	230
14.	Sanden	1	25	7	25
15.	Pandak	83	214	689	886
16.	Srandakan	6	17	55	60
17.	Pajangan	31	50	125	500
Jumlah		3.080	1.907	1.721	3.866

Sumber: www.wishaputro.web.ugm.ac.id

Gambar 1.1 Statistik korban gempa Kabupaten Bantul

Coba kalian perhatikan Gambar 1.1. Bagaimanakah kalian dapat membaca gambar tersebut dan menjawab pertanyaan-pertanyaan berikut? Cobalah jawab pertanyaan berikut ini.

- Berapakah banyaknya rumah yang rusak di Kecamatan Pitungan?
- Berapakah banyaknya korban gempa yang meninggal dunia di Kecamatan Pandak?

Untuk dapat menjawab pertanyaan tersebut, kalian perhatikan baris no. 7 dari tabel tersebut yang merupakan Kecamatan Piyungan dan baca data ke samping kanan. Kalian akan memperoleh informasi bahwa rumah yang rusak di kecamatan Pitungan sebanyak 650 rumah. Perhatikan juga baris no. 15 yang merupakan kecamatan Pandak, kalian akan memperoleh informasi bahwa korban yang meninggal dunia sebanyak 83 orang.

Di kelas IX SMP, kalian telah mempelajari statistika tentang cara mengumpulkan dan menyajikan data. Berikut akan kita pelajari kelanjutannya.



Dalam kehidupan sehari-hari, kata statistik dapat diartikan sebagai kumpulan angka-angka yang menggambarkan suatu masalah. Statistik korban gempa kabupaten Bantul misalnya, berisi angka-angka mengenai banyaknya korban misalnya yang mengalami luka ringan, luka berat, dan meninggal. Contoh lain misalnya data korban kecelakaan lalu lintas dari kantor polisi lalu lintas.

Statistik juga diartikan sebagai suatu ukuran yang dihitung dari sekumpulan data dan merupakan wakil dari data itu. Misalnya rata-rata skor tes matematika kelas XI adalah 78 atau benda lebih dari 90% penduduk Indonesia berada di pedesaan. Sedangkan pengertian statistika sesungguhnya adalah pengetahuan yang berhubungan dengan cara penyusunan data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan mengenai suatu keseluruhan berdasarkan data yang ada pada bagian dari keseluruhan tadi. Keseluruhan objek yang diteliti disebut **populasi** sedangkan bagian dari populasi disebut **sampel**.

Menurut fungsinya, statistika dibedakan menjadi dua jenis, yaitu **statistika deskriptif** dan **statistika induktif (inferensial)**. Statistika deskriptif adalah bagian statistika yang mempelajari cara penyusunan dan penyajian data yang dikumpulkan. Penyusunan data dimaksudkan untuk memberikan gambaran mengenai urutan data atau kelompok data, sehingga pengguna data dapat mengenalinya dengan mudah. Penyajian data dimaksudkan untuk memberikan gambaran mengenai data atau kelompok data dalam bentuk tabel, diagram, atau gambar. Penyajian data dapat pula dilakukan dengan menyatakan kelompok data tersebut dengan konstanta yang mewakilinya dan gambaran mengenai letaknya, misalnya rata-rata dan kuartil.

Statistika induktif atau **inferensial** adalah bagian statistika yang mempelajari tata cara penarikan kesimpulan yang valid mengenai populasi berdasarkan data pada sampel. Dalam menarik kesimpulan pada statistika inferensial biasanya digunakan unsur peluang.

Kedua macam statistika tersebut saling erat hubungannya. Statistika deskriptif mempunyai tujuan untuk memberikan gambaran singkat dari sekumpulan data. Sedangkan statistika inferensial mempunyai tujuan untuk penarikan kesimpulan dengan cara membuat generalisasi. Pengambilan kesimpulan biasanya dilakukan dengan terlebih dahulu membuat dugaan. Selanjutnya fungsi statistika inferensial menguji dugaan yang telah diajukan tersebut.



Bila membicarakan statistika, maka tidak lepas dengan apa yang disebut **data**. Data dapat diartikan sebagai keterangan yang diperlukan untuk memecahkan suatu masalah. Berikut ini diberikan macam-macam data ditinjau menurut sifatnya, yaitu:

1. **Data kualitatif**, yaitu data yang berbentuk kategori atau atribut.
Misal: a. Harga mobil semakin terjangkau
b. Murid-murid di SD Negeri 3 rajin-rajin.
2. **Data kuantitatif**, yaitu data yang berupa bilangan.
Misal: a. Banyaknya siswa pada kelas II adalah 240.
b. Tinggi pohon itu adalah 10 meter.

A. Membaca Data

Statistika adalah pengetahuan yang berhubungan dengan cara pengumpulan dan penyusunan data, pengolahan dan penganalisaan data, serta penyajian data.

Data statistik dapat disajikan dalam bentuk daftar distribusi frekuensi (tabel) dan dalam bentuk diagram seperti diagram batang, garis, lingkaran, dan ogive. Berikut ini disajikan beberapa contoh bagaimana membaca data baik dalam bentuk tabel, diagram, dan ogive.

1. Membaca Data dalam Tabel

Contoh 1.1

Perhatikan tabel berikut kemudian baca dan tafsirkan data berikut.

Tabel 1.1 Nilai Ulangan Matematika dari 20 anak

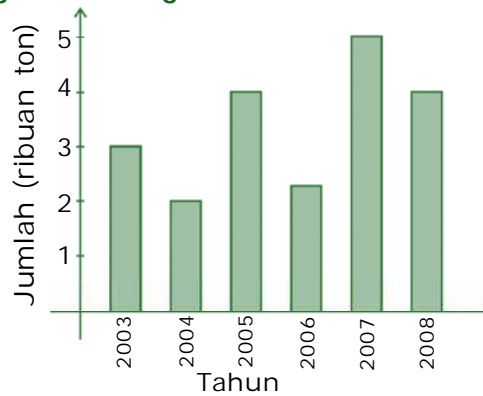
Nilai	Frekuensi (f)
4	4
5	6
6	3
7	4
8	2
9	1
Σf	20



Dari tabel di atas dapat kita lihat bahwa nilai terendah adalah 4 dan tertinggi 9. Nilai yang paling banyak diperoleh adalah 5 yaitu 6 anak.

2. Membaca Data dalam Diagram Batang

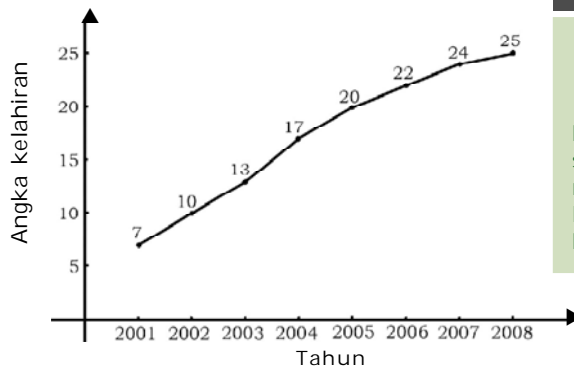
Dari diagram batang di samping dapat dilihat bahwa hasil perikanan terendah dicapai pada tahun 2004 yaitu sebanyak 2.000 ton. Sedangkan hasil perikanan tertinggi dicapai pada tahun 2007 yaitu sebanyak 5.000 ton. Kenaikan tertinggi dicapai pada tahun 2006-2007 yaitu mencapai 2.500 ton.



Gambar 1.2 Diagram batang hasil perikanan tahun 2003 – 2008

3. Membaca Data dalam Diagram Garis

Perhatikan gambar diagram garis yang terdapat di Puskesmas Desa Suka Makmur berikut ini.



Gambar 1.3 Diagram garis jumlah kelahiran tiap tahun di Desa Suka Makmur

Sudut Matematika

Meningkatkan Sikap Kritis Siswa

Menurut kalian faktor apa sajakah yang mempengaruhi tingkat kelahiran di desa Suka Makmur?

Diagram di atas menunjukkan bahwa pada tahun 2001 terdapat 7 kelahiran, tahun 2002 sebanyak 10 kelahiran, dan seterusnya. Temukan juga keterangan-keterangan lain yang dapat kalian peroleh dari diagram di atas.

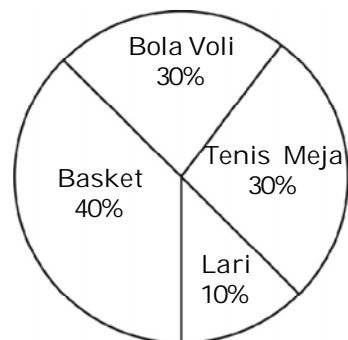


- Tentukan banyak kelahiran pada tahun 2003, 2004, dan seterusnya.
- Pada tahun berapakah jumlah kelahiran paling tinggi? Pada tahun berapakah jumlah kelahiran paling rendah?
- Berdasarkan grafik tersebut, perkirakan dan jelaskan banyak kelahiran pada tahun 2005.
- Apa pendapat kalian tentang program Keluarga Berencana di desa tersebut?
- Pada tahun 2008 terdapat 25 kelahiran. Dapatkah kita simpulkan bahwa pada tahun 2008 penduduk Desa Suka Makmur bertambah 25 orang dibandingkan tahun 2007?

4. Membaca Data dalam Diagram Lingkaran

Perhatikan diagram lingkaran berikut ini.

Dari diagram di samping dapat dilihat bahwa olahraga yang paling digemari adalah basket. Sedangkan yang peminatnya paling sedikit adalah lari. Dari diagram tersebut dapat kita ketahui bahwa jumlah anak yang gemar olahraga



Gambar 1.4 Diagram lingkaran kegemaran olahraga siswa.

$$\text{Basket} = \frac{40}{100} \times 60 = 24 \text{ anak}$$

$$\text{Voli} = \frac{30}{100} \times 60 = 18 \text{ anak}$$

$$\text{Tenis meja} = \frac{20}{100} \times 60 = 12 \text{ anak}$$

$$\text{Lari} = \frac{10}{100} \times 60 = 6 \text{ anak}$$

Buatlah kesimpulan-kesimpulan lain yang dapat diperoleh dari diagram lingkaran di atas.



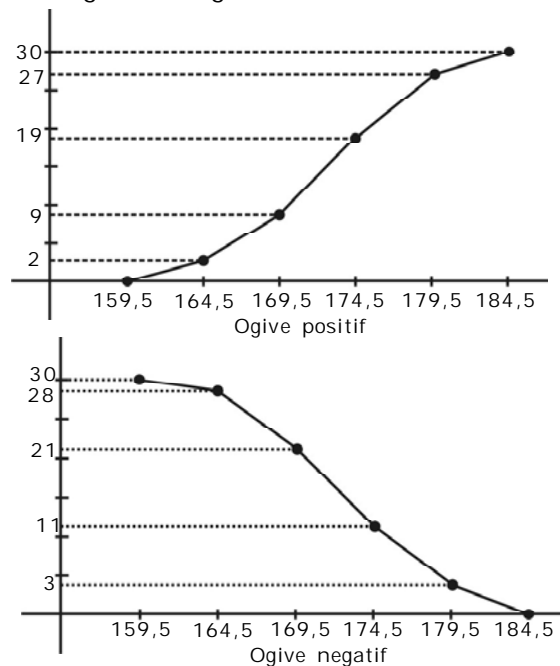
5. Ogive

Ogive positif diperoleh dari daftar distribusi frekuensi kumulatif "kurang dari" sedangkan ogive negatif diperoleh dari daftar distribusi frekuensi "lebih dari".

Distribusi frekuensi tinggi pemain sepak bola

Interval	Frekuensi
160 - 164	2
165 - 169	7
170 - 174	10
175 - 179	8
180 - 184	3

Perhatikan gambar berikut ini. Dari tabel distribusi frekuensi di atas diperoleh ogive sebagai berikut.



Gambar 1.5 Ogive

Dari ogive positif di atas dapat kita ketahui bahwa banyak pemain yang tingginya kurang dari 179,5 ada 27 pemain ($2 + 7 + 10 + 3$). Banyak pemain yang mempunyai tinggi lebih dari 174,5 dapat dilihat dari ogive negatif yaitu sebanyak 11 orang.



B. Menyajikan Data

Untuk keperluan laporan dan analisis suatu data, maka data yang telah dikumpulkan perlu disusun dan disajikan dalam bentuk yang mudah dibaca dimengerti dan ditafsirkan. Penyajian data yang sering digunakan adalah dengan tabel, diagram, dan ogive.

1. Menyajikan Data dalam Bentuk Tabel (Daftar)

Salah satu cara untuk menyajikan data adalah dengan menggunakan tabel. Tabel biasanya memuat baris dan kolom yang masing-masing menunjukkan kategori baris atau kolom tersebut. Pada umumnya ada dua tabel yang digunakan untuk menyajikan data, yaitu:

- a. Tabel baris-kolom
- b. Tabel distribusi frekuensi

Berikut ini diberikan contoh tabel untuk kedua macam daftar tersebut.

Contoh 1.2

Seorang petugas administrasi dari SMA Rajawali ditugasi untuk mendata banyak lulusan menurut jenis kelamin dari tahun 2004 sampai 2008. Dia mencatat ada 182 siswa lulus di tahun 2004 yang terdiri atas 82 perempuan dan 100 laki-laki, 170 siswa lulus di tahun 2005 yang terdiri atas 90 perempuan dan 80 laki-laki, 185 siswa lulus di tahun 2006 yang terdiri atas 95 perempuan dan 90 laki-laki, 195 siswa lulus di tahun 2007 yang terdiri atas 100 perempuan dan 95 laki-laki, dan ada 210 siswa lulus di tahun 2008 yang terdiri atas 100 perempuan dan 110 laki-laki.

Untuk keperluan laporan agar mudah dibaca, petugas tersebut dapat menyajikan data dalam bentuk tabel berikut.

Pada kolom pertama diberikan kategori tahun yang menunjukkan tahun yang diteliti. Kolom kedua menunjukkan jenis kelamin yang dipisahkan menjadi laki-laki dan perempuan. Jumlah lulusan perempuan dan laki-laki ditulis sesuai data yang diperoleh. Kolom ketiga adalah kolom jumlah, yang menunjukkan jumlah lulusan perempuan dan laki-laki pada tahun tertentu.



Tabel 1.2 Banyak Lulusan di SMA Rajawali Menurut Jenis Kelamin dari Tahun 2004 Sampai 2008

Tahun	Jenis Kelamin		Jumlah
	Perempuan	Laki-laki	
2004	82	100	182
2005	90	80	170
2006	95	90	185
2007	100	95	195
2008	100	110	210

Tabel 1.2 tersebut adalah contoh tabel baris kolom. Untuk data dengan ukuran yang besar pada umumnya disajikan dalam tabel distribusi frekuensi. Pada tabel distribusi frekuensi, yang sering nampak adalah interval kelas yang pada contoh berikut adalah nilai-nilai yang dikelompokkan dan frekuensi yang pada contoh berikut adalah banyak siswa.

Contoh 1.3

Perhatikan tabel hasil tes matematika berikut.

Hasil Tes Matematika 80 siswa SMA Negeri 1

Nilai	Banyak Siswa
33 – 40	5
41 – 48	9
49 – 56	9
57 – 64	2
65 – 72	12
73 – 80	19
81 – 88	15
89 – 96	9

Dari tabel tersebut dapat dilihat bahwa terdapat 19 siswa dengan nilai berkisar antara 73 dan 80. Cara membuat tabel distribusi frekuensi akan dijelaskan kemudian.



2. Menyajikan Data dalam Bentuk Diagram

Data yang telah disajikan dalam bentuk tabel dapat ditampilkan dalam bentuk diagram. Penyajian data dalam bentuk diagram akan lebih menarik dan karena tampilan secara visual akan lebih mudah dipahami. Ada 4 bentuk diagram yang akan dibahas, yaitu diagram batang, diagram garis, diagram lingkaran, dan diagram batang daun.

a. Diagram Batang

Data adalah segala informasi yang diperoleh baik dalam bentuk angka, bukan angka, atau lambang dari suatu pengamatan yang dilakukan pada suatu populasi atau sampel. Data yang diperoleh dari hasil pengukuran disebut **data kontinu**. Data yang diperoleh dari hasil menghitung atau mencacah disebut **data diskrit**.

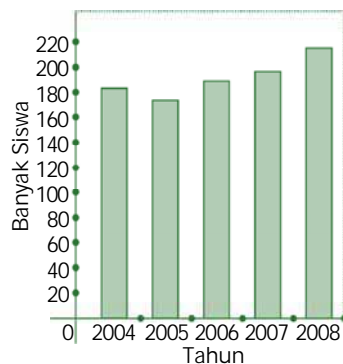
Data yang telah diperoleh selanjutnya perlu disusun dan disajikan dengan format dan bentuk yang tepat, jelas, dan mudah dipahami. Dalam penyajian data, ditempuh bermacam-macam cara, salah satunya adalah dengan menyajikan dalam bentuk diagram. Pada contoh di bawah ini data yang diberikan akan disajikan dalam bentuk diagram batang. Agar lebih memahami penggunaan diagram batang, perhatikan uraian berikut.

Pada Tabel 1.2 diperlihatkan banyaknya lulusan di SMA Rajawali menurut jenis kelamin dari tahun 2004 sampai 2008. Buatlah diagram batangnya.

Dari tabel tersebut diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut.

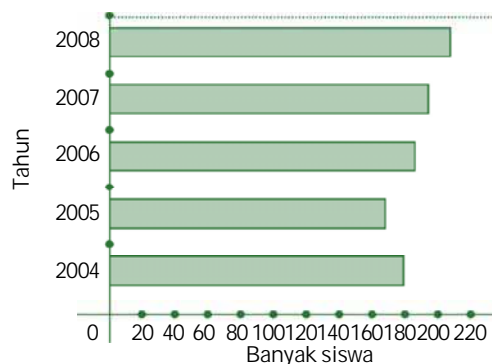
(i) Jika diperlihatkan jumlah siswa tanpa perincian jenis kelamin dapat dibuat diagram batang tegak (Gambar 1.2) atau diagram batang horizontal (Gambar 1.7).

**Lulusan SMA Rajawali
2004 – 2008**



Gambar 1.6 Diagram batang tegak

**Lulusan SMA Rajawali
2004 – 2008**

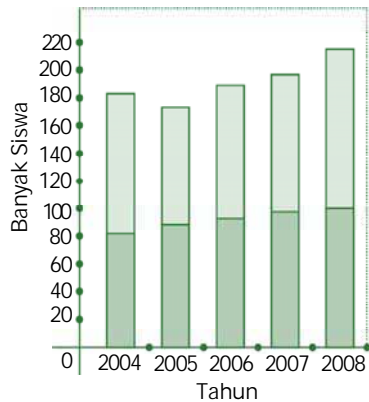


Gambar 1.7 Diagram batang horizontal



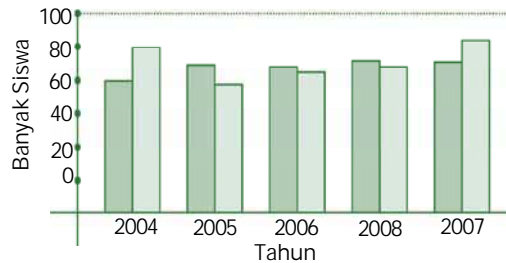
- (ii) Jika dibuat diagram batang yang menggunakan jenis kelamin untuk membandingkan jumlah lulusan.

Lulusan SMA Rajawali 2004 - 2008



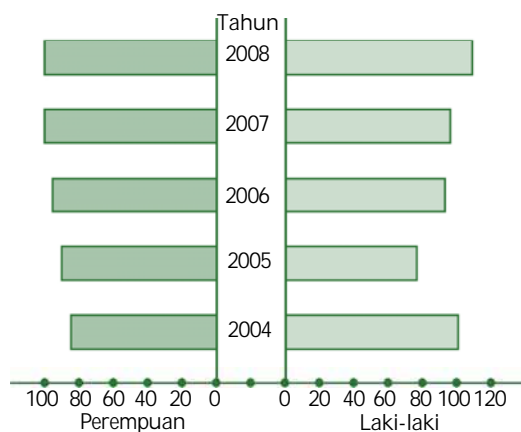
Gambar 1.8 Diagram batang menurut jenis kelamin lulusan

Lulusan SMA Rajawali 2004 - 2008



Gambar 1.9 Diagram batang tegak menurut jenis kelamin lulusan

Keterangan: = laki-laki
 = perempuan



Gambar 1.10 Diagram batang horizontal menurut jenis kelamin lulusan

Infomedia

Setiap sepuluh tahun sekali BPS menyelenggarakan:

- Sensus Penduduk (SP) yaitu pada setiap tahun berakhiran "0" (nol).
- Sensus Pertanian (ST) pada setiap tahun berakhiran "3" (tiga), dan
- Sensus Ekonomi (SE) pada setiap tahun berakhiran "6" (enam).

Sumber: www.mathgoodies.com



b. Diagram Garis

Perhatikan kembali gambar diagram garis pada Gambar 1.3. Dengan memperhatikan diagram garis tersebut, maka hal-hal yang perlu diperhatikan dalam penyajiannya adalah:

- 1) Biasanya data dalam diagram garis adalah data kontinu (serba terus dan berkesinambungan). Misalnya produksi suatu pabrik setiap bulan, banyaknya penduduk setiap tahun, keadaan temperatur setiap jam, berat badan bayi setiap minggu.
- 2) Diperlukan sumbu mendatar dan sumbu tegak. Sumbu mendatar merupakan keterangan atau kategori, misalnya tahun, bulan, umur. Sedangkan sumbu tegak merupakan kualitas atau ukuran data.
- 3) Titik-titik pada diagram merupakan pasangan bilangan dan dihubungkan dengan ruas garis.

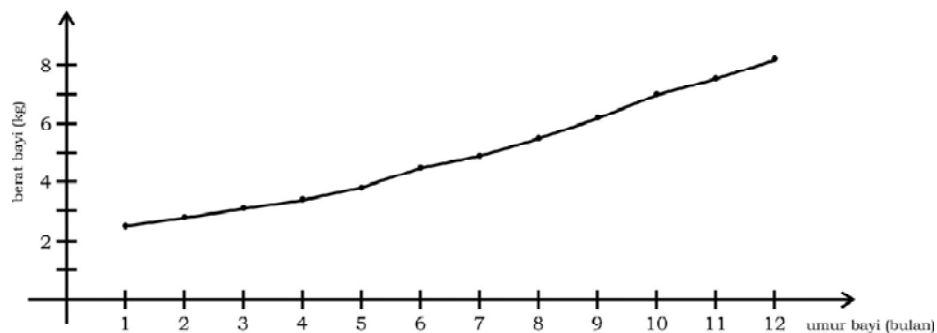
Contoh 1.4

Buatlah diagram garis dari data berat badan seorang bayi yang ditunjukkan oleh tabel berikut.

Umur (bulan)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Berat (kg)	2,5	2,8	3,1	3,4	3,8	4,5	4,9	5,5	6,2	7	7,5	8,2

Penyelesaian:

Diagram garis data berat badan bayi tersebut dapat ditunjukkan pada gambar berikut.



Kegiatan Menulis 1.1



Berikan contoh dalam kehidupan sehari-hari yang terkait dengan penyajian data dengan diagram garis. Menurut kalian, apa keuntungan penyajian data menggunakan diagram garis?



c. Diagram Lingkaran

Diagram lingkaran menyajikan data statistik dalam bentuk gambar lingkaran. Diagram lingkaran terbagi menjadi juring-juring lingkaran yang luasnya disesuaikan dengan data yang ada. Untuk itu perlu ditentukan besar sudut pusat dari setiap juring tersebut.

Contoh 1.5

Siswa dalam suatu kelas berjumlah 40 siswa. Sebanyak 10 anak menyukai pelajaran matematika, 8 anak menyukai IPA, 5 anak menyukai IPS, 16 anak menyukai kesenian, dan sisanya menyukai bahasa Inggris. Buatlah diagram lingkarannya.

Penyelesaian:

Tabel 1.3 Persentase Pelajaran yang Disukai dan Besar Sudut Pusat yang Terbentuk

Jenis Pelajaran	Banyak	Persentase	Sudut Pusat Lingkaran
MATEMATIKA	10	$\frac{10}{40} \times 100\% = 25\%$	$\frac{10}{40} \times 360^\circ = 90^\circ$
IPA	8	$\frac{8}{40} \times 100\% = 20\%$	$\frac{8}{40} \times 360^\circ = 72^\circ$
IPS	5	$\frac{5}{40} \times 100\% = 12,5\%$	$\frac{5}{40} \times 360^\circ = 45^\circ$
KESENIAN	16	$\frac{16}{40} \times 100\% = 40\%$	$\frac{16}{40} \times 360^\circ = 144^\circ$
BHS. INGGRIS	1	$\frac{6}{40} \times 100\% = 2,5\%$	$\frac{1}{40} \times 360^\circ = 9^\circ$
Jumlah	40	100%	360°

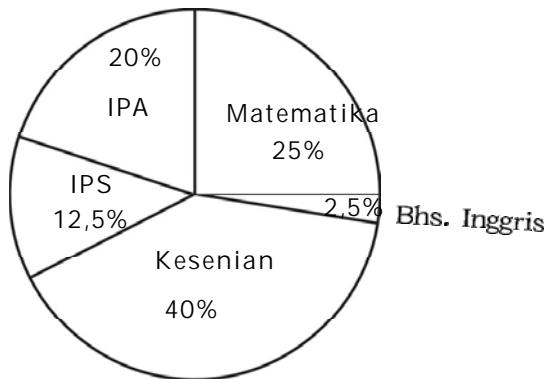
Sudut Matematika

Meningkatkan Sikap Kritis Siswa

Menurut kalian, mengapa dalam menyajikan data dalam diagram lingkaran data harus dikonversi dulu ke dalam sudut?



Berdasarkan Tabel 1.3 dapat diperoleh gambar diagram lingkaran sebagai berikut.



Gambar 1.11 Diagram lingkaran

Sudut Matematika

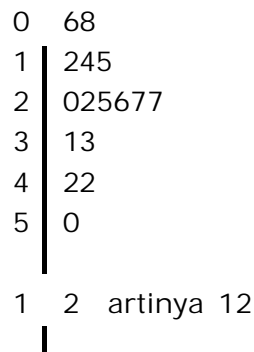
Mendorong untuk Mencari Informasi Lebih Jauh

Buatlah kelompok yang terdiri atas 3 siswa. Datanglah ke bagian kesiswaan, kemudian carilah data tentang penjurusan siswa. Sajikan data tersebut dalam diagram garis, dan diagram lingkaran kemudian presentasikan di depan kelas.

d. Diagram Batang Daun (**)

1) Membaca dan Menafsirkan Diagram Batang Daun (**)

Diagram batang daun (*steamleaf*) digunakan untuk menyajikan data dalam bentuk data tunggal. Diagram batang daun berikut adalah data-data tentang tinggi bibit tanaman tomat dalam sebuah persemaian yang dinyatakan dengan satuan sentimeter (cm).



Sumber: Agrobis, edisi 480, Minggu IV Juli 2002

Gambar 1.12 Bibit tanaman

- Ada berapakah data pada diagram tersebut? Jelaskan.
 - Berapakah ukuran bibit tanaman tomat yang paling pendek dan yang paling tinggi?
 - Pada nilai puluhan berapakah terdapat data paling banyak?
- Sebagian besar bibit tersebut berukuran 20 – 30 cm. Ada satu bibit tomat yang pertumbuhannya mencolok, yaitu panjangnya 50 cm. Namun ada juga yang pertumbuhannya terganggu, yaitu panjangnya baru 6 cm dan 8 cm.



2) Menyajikan Data dengan Diagram Batang Daun (**)

Dari bentuk diagram batang daun tersebut, terdapat hal-hal yang perlu diperhatikan di dalamnya, yaitu:

- Data yang disajikan dengan diagram batang daun berupa data tunggal yang cacahnya tidak banyak.
- Batang** pada diagram adalah angka pertama pada data dan **daun** adalah angka berikutnya, misalnya data 42 berarti 4 sebagai batang 2 sebagai daun. Namun sering juga batang terdiri atas dua angka, misalnya pada data 124, maka batangnya 12 dan daunnya 4. Sedangkan bila data adalah bilangan dengan 1 angka, maka batangnya adalah 0 dan daunnya data tersebut, misalnya data 6, maka batangnya 0 dan daunnya 6.
- Batang dituliskan secara tegak dalam urutan yang terus membesar. Daun-daunnya dituliskan di bagian kanan batang.
- Daun disusun dalam urutan yang terus membesar dari kiri ke kanan.
- Bila data belum diurutkan, maka sajian diagram batang daun dapat dilakukan dengan membuat daun di sebelah kiri batang. Kemudian daun-daun diurutkan dari kecil ke besar dan ditempatkan di sebelah kanan batang.

Contoh 1.6

Diberikan hasil tes dari 40 siswa sebagai berikut.

67	56	78	45	87	85	57	69	70	77
55	68	94	58	64	68	89	83	43	47
67	78	65	64	60	78	93	44	55	66
78	76	58	88	85	78	76	79	67	51

Buatlah diagram batang daun dari data tersebut.

Penyelesaian:

7345	4	3457
1578865	5	1556788
67980445877	6	04456777889
7096888688	7	0667888889
395578	8	355789
34	9	34



Kegiatan Menulis 1.2



Tuliskan beberapa keuntungan penyajian data dengan menggunakan diagram batang daun.



Latihan 1.1

1. Mintalah Kartu Menuju Sehat (KMS) di Puskesmas atau Posyandu terdekat. Berdasarkan informasi pada KMS tersebut, tentukan apakah perkembangan bayi pada Contoh 1.1 termasuk normal atau di bawah normal?
2. Diberikan hasil produksi padi tiap tahun pada Desa Suka Makmur dari tahun 2001 sampai dengan 2008 sebagai berikut.

Tahun	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Hasil (ton)	250	285	310	340	380	255	290	420

- a. Buatlah beberapa kesimpulan dari data pada tabel di atas.
 - b. Buatlah diagram lingkaran untuk menyajikan data tersebut.
 - c. Pada tahun berapakah hasil produksi padi tertinggi?
 - d. Berikan tafsiran yang dapat diperoleh dari diagram lingkaran tersebut.
 - e. Perkirakan produksi padi pada tahun 2010.
 - f. Perkirakan apakah yang terjadi pada tahun 2006 sehingga produksi menurun secara drastis?
 - g. Buatlah suatu pertanyaan berdasarkan tabel data tersebut.
3. Tabel berikut adalah jumlah ketidakhadiran siswa kelas XI Bahasa dan alasannya selama beberapa bulan pada tahun 2007/2008.

Bulan \ Alasan	Agust	Sept	Okt	Nov	Des	Jan	Feb
Sakit (s)	0	5	5	0	5	13	1
Izin (i)	3	1	9	7	0	8	0
Alfa (a)	0	1	2	7	2	3	0

- a. Buatlah diagram batang yang menyatakan alasan ketidakhadiran siswa di atas.



- b. Pada bulan apakah siswa yang tidak hadir paling banyak? Menurutmu, apakah yang menyebabkan keadaan ini?
- c. Hubungi bagian kesiswaan di sekolahmu dan mintalah data ketidakhadiran siswa di kelasmu dalam kurun waktu tersebut. Buatlah diagram garisnya dan bandingkan keduanya.

4. Diberikan diagram batang daun berikut.

```

0  67
1  45567
2  467788
3  2233556644
4  223345
5  034
6
7
8  11

```

- a. Tuliskan data-datanya.
- b. Berikan beberapa kesimpulan dari diagram tersebut.

5. Buatlah diagram batang daun dari data tinggi badan 40 siswa berikut, kemudian ajukan beberapa kesimpulan.

145	144	139	156	130	147	134	120	132	115
153	146	103	98	134	127	119	116	151	140
145	146	132	121	129	154	108	136	142	138
140	145	140	134	145	125	151	135	148	135

6. Ketika mendapat tugas menggambarkan distribusi skor 20 artis penyanyi lokal, Maria membuat diagram batang daun seperti di samping.

- a. Kesimpulan Maria, "Kebanyakan penyanyi lokal tidak tampil maksimal". Setujukah kalian dengan kesimpulan Maria? Jelaskan alasanmu.
- b. Berikan kesimpulanmu sendiri dari diagram batang daun tersebut.

```

1  |
2  | 0000279
3  | 008
4  | 04
5  | 458
6  | 9
7  | 5
8  | 13
9  |
10 | 0

```



C. Tabel Distribusi Frekuensi dan Histogram

Data yang diperoleh dari suatu kegiatan pengamatan akan lebih mudah dibaca jika disajikan dalam tabel frekuensi dan histogram.

1. Pengertian Data Tak Terkelompok dan Data Terkelompok

Perhatikan keterangan data dari suatu kelas sebagai berikut.

- Nilai rapor matematika dari 40 siswa tersebut tidak sama. Terdapat 3 siswa yang mendapat nilai 9, 5 siswa mendapat nilai 8, 10 siswa mendapat nilai 7, 15 siswa mendapat nilai 6, 5 siswa mendapat nilai 5, dan 2 siswa mendapat nilai 4.
- Latar belakang pendidikan orang tua dari 40 siswa tersebut berbeda-beda. Ada 5 siswa yang orang tuanya tidak tamat SD dan 5 siswa yang orang tuanya lulusan SD. Sementara yang orang tuanya lulusan SMP ada 10 siswa dan yang orang tuanya lulusan SMA ada 15 siswa. Sisanya sebanyak 5 siswa yang orang tuanya berpendidikan sarjana.

Data di atas menggambarkan bahwa keadaan data satu dengan data yang lain tidak saling berhubungan. Misalnya data banyaknya siswa yang mendapat bernilai 6 dengan banyaknya siswa bernilai 7 tidak ada kaitannya. Banyaknya orang tua siswa yang lulusan SD dengan banyaknya orang tua siswa yang lulusan SMP juga tidak ada kaitannya. Keadaan data yang demikian disebut dengan **data tak terkelompok**.

Untuk data seperti di atas, tidak sulit untuk membacanya. Misalnya diberikan data yang jumlahnya cukup besar. Kesulitan apakah yang dapat kalian hadapi untuk membacanya? Bagaimana cara mengatasi kesulitan tersebut?

Perhatikan data tentang hasil tes matematika dari 80 siswa di SMA Negeri 1 berikut.

70	73	93	40	56	78	89	67	60	85
35	55	42	76	88	78	75	65	45	47
87	45	43	85	90	88	70	68	79	54
76	77	45	49	76	80	95	84	37	58
77	88	65	44	54	76	89	65	87	80
56	87	89	67	90	76	45	76	56	87
88	67	45	65	78	85	89	72	74	76
56	67	89	76	34	35	87	87	56	88

Daftar 1.1 Nilai hasil tes matematika 80 siswa SMA Negeri 1



Berapa orang siswa yang mendapat nilai 70? Andaikan terdapat 200 siswa, apakah cara yang kalian gunakan itu akan kalian terapkan kembali?

Agar pembacaannya lebih mudah, data-data tersebut dikelompokkan menjadi **kelas** atau **interval** tertentu. Misalnya kelompok data dari 30 – 34, 35 – 39, dan seterusnya. Data yang dikelompokkan ke dalam kelas-kelas interval disebut **data terkelompok**.

2. Tabel Distribusi Frekuensi

Untuk memudahkan membaca dan menafsirkannya, maka data disajikan dalam tabel distribusi frekuensi. Tabel distribusi frekuensi dapat berupa tabel distribusi frekuensi data tunggal (tak terkelompok) dan tabel distribusi frekuensi data terkelompok.

a. Tabel Distribusi Frekuensi Data Tunggal

Data yang disajikan dengan tabel distribusi frekuensi dengan data tunggal hanya memungkinkan jika datanya kecil. Bayangkan jika data yang kita susun adalah nilai rapor dari siswa satu sekolah. Tentu kurang efisien jika disajikan dengan distribusi frekuensi data tunggal karena akan diperlukan banyak baris.

Tabel distribusi frekuensi data tak terkelompok dari daftar nilai hasil tes matematika siswa SMA Negeri 1 adalah sebagai berikut.

**Tabel 1.4 Distribusi Frekuensi Data Tunggal
Hasil Tes Matematika 80 Siswa SMA Negeri 1**

Skor	<i>f</i>	Skor	<i>f</i>	Skor	<i>f</i>
34	1	56	5	77	2
35	2	58	1	78	3
37	1	60	1	79	1
40	1	65	4	80	2
42	1	67	4	84	1
43	1	68	1	85	3
44	1	70	2	87	6
45	5	72	1	88	5
47	1	73	1	89	5
49	1	74	1	90	2
54	2	75	1	93	1
55	1	76	8	95	1



b. Tabel Distribusi Frekuensi Data Kelompok

Agar lebih ringkas dan lebih mudah membacanya, data pada Daftar 1.1 dapat dikelompokkan menurut suatu kelas atau interval. Perhatikan Tabel 1.4 di bawah ini.

**Tabel 1.5 Distribusi Frekuensi Data Kelompok
Hasil Tes Matematika 80 Siswa SMA Negeri 1**

Interval Kelas	f
33 – 40	5
41 – 48	9
49 – 56	9
57 – 64	2
65 – 72	12
73 – 80	19
81 – 88	15
89 – 96	9

Dalam membuat tabel distribusi frekuensi untuk data terkelompok ada beberapa hal yang perlu dijelaskan.

1) Interval kelas

Interval merupakan bagian-bagian (selang) dari data-data yang telah dikelompokkan. Pada Tabel 1.5 terdapat delapan interval kelas diantaranya 33 - 40, 41 - 48, 49 - 56 dan lima interval yang lain. Coba sebutkan interval yang lain.

2) Batas bawah dan batas atas

Perhatikan interval-interval pada Tabel 1.5. Interval-interval tersebut dibatasi oleh dua bilangan yang merupakan batas dari interval. Bilangan di sebelah kiri setiap interval disebut batas bawah dan bilangan di sebelah kanan interval disebut batas atas. Pada interval 33 – 40 misalnya, 33 disebut batas bawah dan 40 disebut batas atas. Jelaskan batas atas dan batas bawah dengan kata-kata kalian sendiri.

3) Tepi bawah dan tepi atas

Dalam menganalisis data, kita menggunakan tingkat ketelitian. Misalnya kita menggunakan data bilangan bulat, maka tingkat ketelitian yang digunakan adalah 0,5. Kurangkan bilangan 0,5 ini pada ujung bawah dari setiap interval. Berapakah nilai-nilai yang kalian peroleh? Nilai-nilai tersebut merupakan **tepi bawah** dari setiap interval. Dengan cara yang sama, tentukan **tepi atas** tiap-tiap interval.



Jika data yang digunakan adalah desimal persepuluh, maka tingkat ketelitian yang digunakan adalah 0,05. Begitu seterusnya.

4) Titik tengah

Titik tengah merupakan nilai tengah masing-masing interval. Perhatikan interval 33 – 40 pada Tabel 1.4. Berapa titik tengahnya? Berapa nilai titik tengah interval-interval yang lain? Dengan kata-kata kalian sendiri, jelaskan definisi titik tengah.

Langkah-langkah penyusunan tabel

Mengapa dipilih interval 33 – 40, 41 – 48, . . . , 89 – 96? Dapatkah dibentuk interval-interval yang lain? Tabel 1.5 disusun dengan aturan tertentu dengan melakukan sedikit perhitungan.

a) Menentukan nilai rentang (Jangkauan)

Tabel 1.5 disusun berdasarkan data pada Daftar 1.1. Berapa data yang terkecil? Berapa data terbesar? Selisih kedua data tersebut merupakan **nilai rentang** atau **jangkauan**.

$$\text{Jangkauan} = \text{data terbesar} - \text{data terkecil}$$

Dari Daftar 1.1:

$$\text{rentang} = 95 - 34 = 61$$

b) Menentukan banyaknya kelas

Untuk menentukan banyaknya kelas, digunakan **aturan Sturges** sebagai berikut.

$$k = 1 + 3,3 \log n$$

Dengan k = banyaknya kelas dan n = banyaknya data.

Dari Daftar 1.1:

$$\begin{aligned} k &= 1 + 3,3 \log 80 \\ &= 1 + 3,3 \times 1,90309 \\ &= 7,280197 \\ &\approx 7 \text{ atau } 8 \end{aligned}$$

Jelaskan mengapa nilai k harus bilangan bulat.

c) Menentukan panjang kelas

Misalkan kita mempunyai sebuah tali yang jika direntangkan panjangnya 61 m. Tali tersebut kita potong-potong menjadi 8 interval yang panjangnya sama. Berapa panjang masing-masing interval tali? Dari uraian ini, kita dapat merumuskan:

$$\text{panjang kelas } (p) = \frac{\text{rentang}}{k}$$



Dari Daftar 1.1 diperoleh:

$$p = \frac{\text{rentang}}{k} = \frac{61}{8} = 7,625$$

Karena datanya bilangan bulat, maka $p = 8$.

Bagaimana jika datanya dalam bilangan desimal persepuluhan, perseratusan, dan seterusnya? Bagaimana aturan pembulatangnya?

d) *Menentukan ujung bawah interval pertama*

Batas bawah interval pertama dapat diambil dari data yang terkecil atau bilangan yang lebih kecil lagi. Jadi, sekumpulan data dapat dibuat lebih dari satu tabel distribusi frekuensi. Perhatikan bahwa semua data harus termuat dalam interval-interval kelas yang dibuat.

e) *Menyusun tabel distribusi*

Untuk memudahkan memasukkan data, dapat dibuat kolom *tally* tersendiri.

**Tabel 1.6 Distribusi Frekuensi
Hasil Tes Matematika 80 Siswa SMA Negeri 1**

Nilai	Tally	Frekuensi
33 – 40		5
41 – 48		9
49 – 56		9
57 – 64		2
65 – 72		12
73 – 80		19
81 – 88		15
89 – 96		9
	Jumlah	80

Sekarang, buatlah tabel distribusi frekuensi dengan mengambil Batas bawah interval pertama yang berbeda. Bandingkan hasilnya dengan Tabel 1.6.

c. *Tabel Distribusi Frekuensi Relatif*

Pada Tabel 1.5, bilangan pada kolom frekuensi menyatakan banyaknya data pada kelas interval. Bila frekuensi masing-masing kelas interval dinyatakan dalam persen, maka diperoleh tabel yang disebut tabel distribusi frekuensi relatif sebagai berikut.



**Tabel 1.7 Distribusi Frekuensi Relatif
Hasil Tes Matematika 80 Siswa SMA Negeri 1**

Nilai	Frekuensi Relatif (f_{rel})
33 – 40	0,0625
41 – 48	0,1125
49 – 56	0,1125
57 – 64	0,025
65 – 72	0,15
73 – 80	0,2375
81 – 88	0,1875
89 – 96	0,1125

d. Tabel Distribusi Frekuensi Kumulatif

Ada dua macam tabel distribusi frekuensi kumulatif, yaitu tabel frekuensi kumulatif kurang dari dan tabel distribusi frekuensi kumulatif lebih dari. Perhatikan contoh berikut.

Contoh 1.7

Ubahlah tabel distribusi frekuensi hasil tes matematika 80 siswa SMA Negeri 1 menjadi tabel distribusi frekuensi kumulatif kurang dari.

Penyelesaian:

**Tabel 1.8 Distribusi Frekuensi Kumulatif Kurang dari
Hasil Tes Matematika 80 Siswa SMA Negeri 1**

Nilai	Frekuensi Kumulatif Kurang dari
kurang dari 32,5	0
kurang dari 40,5	5
kurang dari 48,5	14
kurang dari 56,5	23
kurang dari 64,5	26
kurang dari 72,5	38
kurang dari 80,5	57
kurang dari 88,5	72
kurang dari 96,5	80



Contoh 1.8

Ubahlah tabel distribusi frekuensi hasil tes matematika 80 siswa SMA Negeri 1 menjadi tabel distribusi frekuensi kumulatif lebih dari.

Penyelesaian:

Tabel 1.9 Distribusi Frekuensi Kumulatif Lebih dari Hasil Tes Matematika 80 Siswa SMA Negeri 1

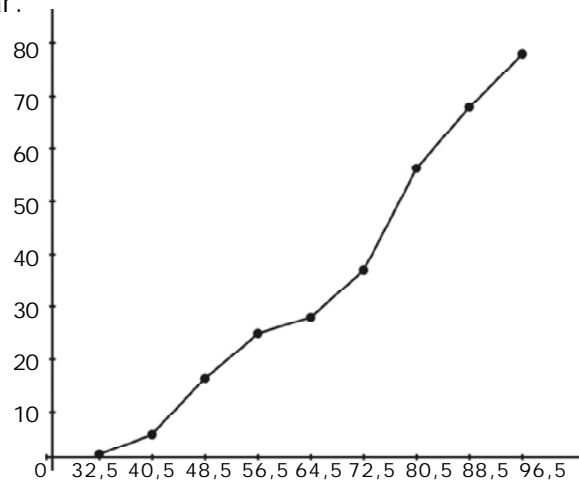
Nilai	Frekuensi Kumulatif Lebih dari
lebih dari 32,5	80
lebih dari 40,5	75
lebih dari 48,5	66
lebih dari 56,5	57
lebih dari 64,5	54
lebih dari 72,5	42
lebih dari 80,5	23
lebih dari 88,5	8
lebih dari 96,5	0

3. Ogive

a. Ogive Positif

Perhatikan kembali tabel distribusi kumulatif kurang dari yang telah diperoleh pada Contoh 1.7.

Data pada tabel 1.8 dapat disajikan dalam ogive positif seperti pada gambar.

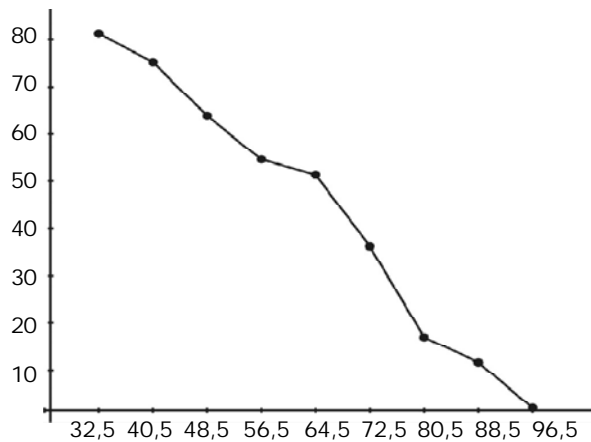


Gambar 1.13 Ogive positif



b. Ogive Negatif

Dari tabel distribusi frekuensi lebih dari dapat disajikan dalam ogive negatif seperti pada gambar berikut.



Gambar 1.14 Ogive negatif

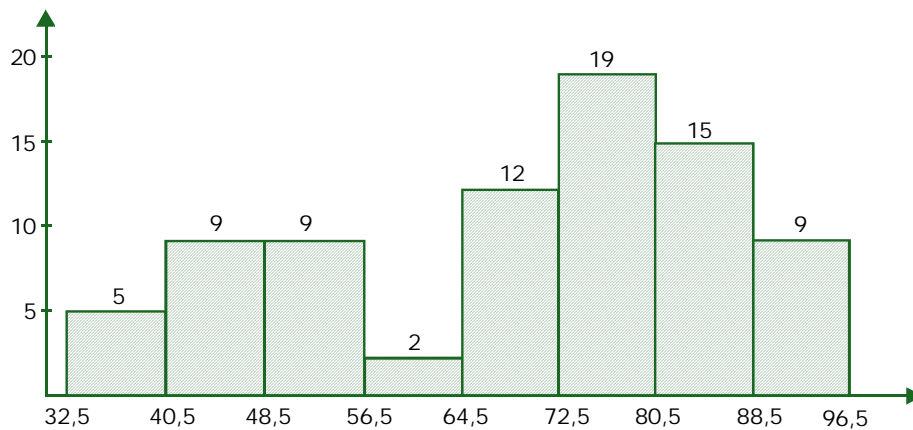
Kegiatan Menulis 1.3

Jika interval pertama pada Tabel 1.6 diganti 30 – 37 dan seterusnya, apakah yang akan terjadi? Jelaskan dengan kata-kata sendiri.

4. Histogram

a. Membaca dan Menafsirkan Data dalam Bentuk Histogram

Perhatikan histogram berdasarkan Tabel 1.7 berikut.



Gambar 1.15 Histogram hasil tes Matematika 80 siswa SMA Negeri 1



Histogram adalah grafik yang digambarkan berdasarkan data yang sudah disusun dalam tabel distribusi frekuensi. Grafik tersebut berupa persegi panjang yang saling berimpit pada salah satu sisinya. Dari histogram dapat diperoleh bermacam informasi yang terkait dengan data yang disajikan.

Dari histogram pada Gambar 1.15 nampak bahwa frekuensi paling tinggi terjadi pada interval 73 – 80, disusul kemudian interval 81 – 88. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa kebanyakan siswa mendapat nilai di sekitar 70-an atau 80-an. Artinya para siswa cukup sukses dalam ujian matematika ini.

Sudut Matematika

Mendorong untuk Mencari Informasi Lebih Jauh

Buatlah kelompok yang terdiri atas 4 orang. Bersama anggota kelompok kalian, lakukan pengamatan ke BPS di daerah kalian. Carilah informasi tentang pertumbuhan penduduk di kecamatan kalian. Buatlah dalam diagram dan tabel.

b. Menyajikan Data dalam Bentuk Histogram

Bentuk sajian data dengan cara di atas disebut dengan bentuk histogram. Ada beberapa hal yang harus diperhatikan dalam membuat histogram, yaitu:

- 1) Terdapat dua sumbu, yaitu sumbu mendatar dan sumbu tegak.
- 2) Skala pada kedua sumbu tidak harus sama.
- 3) Sumbu tegak memuat frekuensi masing-masing kelas interval. Sumbu mendatar berisi setiap interval data dari tabel distribusi frekuensi. Untuk setiap kelas interval, pada sumbu mendatar dibatasi oleh tepi atas dan tepi bawah. Pada tepi atas dan tepi bawah ditarik garis ke atas sampai menunjukkan bilangan yang sesuai dengan frekuensi pada sumbu tegak. Selanjutnya kedua ujungnya dihubungkan, sehingga akan terbentuk sebuah batang yang berupa persegi panjang.
- 4) Karena garis tegak lurus ditarik dari tepi atas dan tepi bawah setiap interval, maka diperoleh gambar persegi panjang-persegi panjang yang saling berimpit pada salah satu sisinya.
- 5) Lebar setiap batang harus sama antara satu dengan yang lain, termasuk warna atau corak arsirannya.
- 6) Di bagian atas setiap batang diberikan bilangan yang menunjukkan frekuensi.



Contoh 1.9

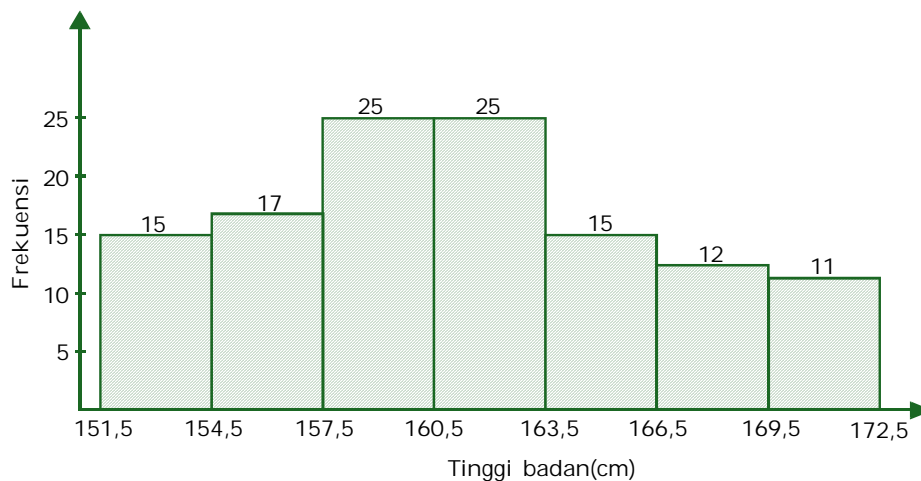
Dari tabel distribusi frekuensi berikut, sajikan dalam bentuk histogram.

**Tabel 1.10 Tinggi Badan Siswa
Kelas XI SMA Negeri 1**

Tinggi Badan	Titik Tengah	Frekuensi
152 – 154	153	15
155 – 157	156	17
158 – 160	159	25
161 – 163	162	25
164 – 166	165	15
167 – 169	168	12
170 – 172	171	11
Jumlah		120

Penyelesaian:

Histogram dari tabel distribusi frekuensi tersebut sebagai berikut.

**Kegiatan Menulis 1.4**

Manakah yang lebih mudah, memahami data yang disajikan dengan histogram atau dengan tabel distribusi frekuensi? Jelaskan alasan kalian.





Latihan 1.2

1. Berikut ini diberikan data hasil tes matematika dari 50 siswa.

65 68 87 76 58 89 96 45 67 75
86 75 54 39 45 67 87 65 98 76
56 74 56 25 45 78 65 45 78 87
68 76 98 87 90 80 76 75 70 56
45 67 65 78 78 70 58 67 87 76

Dari data di atas:

- Buatlah tabel distribusi tak terkelompok.
 - Buatlah tabel distribusi terkelompok.
2. Berikut ini diberikan data berat badan siswa yang dicatat dalam kilogram.

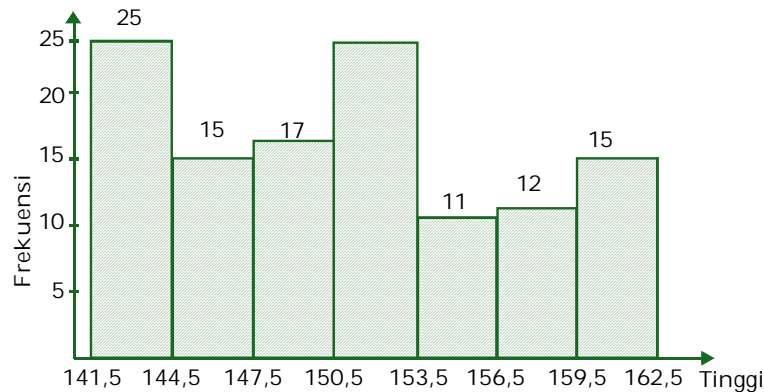
40,3 34,5 42,0 36,8 38,5 41,0 41,3 36,5 37,9 43,0
36,4 55,0 47,3 56,2 31,0 35,5 28,9 34,5 61,0 25,5
43,4 45,4 38,6 46,7 54,2 56,3 23,5 24,8 53,2 34,4
27,5 60,0 35,6 45,5 36,7 40,0 45,6 51,0 55,5 36,0

- Sajikan data tersebut dalam tabel distribusi frekuensi.
 - Sajikan data tersebut dalam tabel distribusi frekuensi relatif.
 - Sajikan data tersebut dalam tabel distribusi frekuensi kumulatif kurang dari.
 - Sajikan data tersebut dalam tabel distribusi frekuensi kumulatif lebih dari.
 - Buatlah ogivenya.
3. Sajikan data dari tabel distribusi frekuensi hasil ulangan Matematika berikut ke dalam bentuk histogram.

Nilai	Frekuensi
4,0 – 4,4	1
4,5 – 4,9	3
5,0 – 5,4	3
5,5 – 5,9	5
6,0 – 6,4	4
6,5 – 6,9	10
7,0 – 7,4	9
7,5 – 7,9	4
8,0 – 8,4	5
8,5 – 8,9	1
Jumlah	45



4. Berikut diberikan histogram yang menggambarkan tinggi penduduk Desa Suka Makmur.



- Buatlah tabel distribusi frekuensi dari histogram tersebut.
 - Apa yang dapat kalian tafsirkan dari histogram tersebut?
 - Apakah kesimpulan kalian dari histogram tersebut?
5. Nilai untuk 35 orang siswa dalam tes Bahasa Indonesia adalah sebagai berikut.

7	9	4	6	5	8	8
10	5	10	4	8	7	9
10	3	9	5	3	0	9
10	2	5	7	8	6	9
10	7	7	5	10	9	7

- Buatlah tabel distribusi frekuensi data tersebut.
 - Buatlah histogramnya.
6. Kumpulkan data tentang topik yang menarik perhatian kalian. Buatlah diagram batang daun, tabel distribusi frekuensi, dan histogramnya.
7. Bagaimana cara membuat sketsa suatu histogram apabila kalian memiliki diagram batang daun untuk sekelompok data?



Refleksi

- Carilah data yang ada di sekolah kalian kemudian ubahlah ke dalam bentuk histogram.
- Dari histogram yang telah kalian buat, tuliskan hal-hal yang dapat dijelaskan dari data-data yang kalian peroleh, kemudian kumpulkan hasilnya pada guru kalian.
- Carilah materi tentang statistika dari sumber yang lain misalnya internet atau jurnal yang sesuai, kemudian buatlah dalam laporan.





Rangkuman

1. Statistika adalah pengetahuan yang berhubungan dengan cara penyusunan data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan mengenai suatu keseluruhan (populasi) berdasarkan data yang ada pada bagian dari keseluruhan (sampel) tadi.
2. Diagram garis dipakai untuk menyajikan data dalam bentuk grafik.
3. Diagram batang daun (*steamleaf*) dipakai untuk menyajikan data dalam bentuk data tunggal.
4. Tabel distribusi frekuensi data terkelompok terdapat:
 - a. Interval kelas
 - b. Tepi bawah dan tepi atas
 - c. Batas bawah dan batas atas
 - d. Titik tengah
 - e. Penyusunan tabel yang tahapannya adalah:
 - 1) menentukan nilai rentang (jangkauan)
 $\text{jangkauan} = \text{data terbesar} - \text{data terkecil}$
 - 2) menentukan banyaknya kelas
 $k = 1 + 3,3 \log n$
 $k = \text{banyaknya kelas}$
 $n = \text{banyaknya data}$
 - 3) menentukan panjang kelas
$$\text{panjang kelas } (p) = \frac{\text{rentang}}{k}$$
 - 4) menentukan ujung bawah interval pertama
 - 5) menyusun tabel distribusi
5. Histogram adalah grafik yang digambarkan berdasarkan data yang sudah disusun dalam tabel distribusi frekuensi, grafiknya berupa persegi panjang - persegi panjang yang saling berimpit.

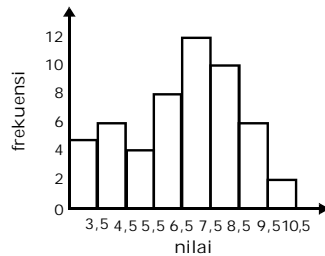




Uji Kompetensi

A. Berilah tanda silang (X) pada huruf *a*, *b*, *c*, *d*, atau *e* yang kalian anggap benar.

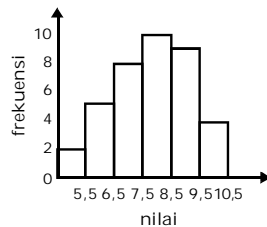
1.



Histogram di samping menunjukkan nilai ujian matematika suatu kelas. Dari data tersebut dapat disimpulkan, kecuali . . .

- a. histogram dari data tunggal
- b. terdapat 8 kelas interval
- c. nilai terkecil = 10
- d. nilai tertinggi = 12
- e. panjang interval = 1

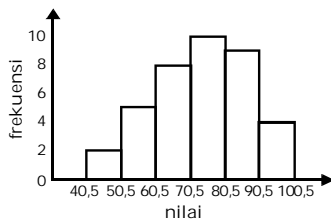
2.



Histogram di samping ini menunjukkan nilai ujian matematika suatu kelas. Dari data tersebut dapat disimpulkan sebagai berikut, kecuali . . .

- a. nilai paling tinggi 8
- b. nilai paling rendah 5
- c. terdapat 6 kelas interval
- d. nilai yang paling banyak diraih adalah 8
- e. dua kelas berfrekuensi sama

3.

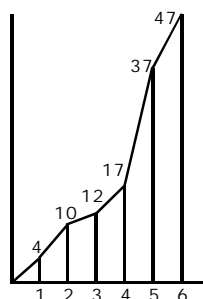


Histogram di samping ini menunjukkan nilai ujian matematika suatu kelas. Dari data tersebut dapat disimpulkan sebagai berikut, kecuali . . .

- a. rata-rata sekitar 68,16
- b. nilai yang tertinggi 70
- c. nilai terendah 40
- d. panjang interval 10
- e. nilai yang paling banyak diraih 70



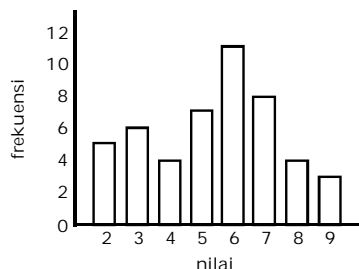
4.



Dari gambar di samping dapat disimpulkan bahwa, kecuali

- data naik curam dari 4 ke 5
- data maksimum 6
- data minimum 1
- data yang paling banyak frekuensinya 6
- rata-rata data 5

5.



Dengan memperhatikan diagram di samping dapat ditarik kesimpulan bahwa

- siswa yang memperoleh nilai 6 sebanyak 12 orang
- siswa yang memperoleh nilai 4 atau 7 sebanyak 13 orang
- siswa yang memperoleh nilai kurang dari 5 sebanyak 9 orang
- siswa yang memperoleh nilai 6 ke atas sebanyak 28 orang
- jawaban a, b, c benar

6.

Nilai	f
30 - 34	6
35 - 39	10
40 - 44	8
45 - 49	6

Banyaknya interval kelas dari data di samping adalah

- 10
- 8
- 6
- 5
- 4

7.

Nilai	f
41 - 45	3
46 - 50	6
51 - 55	9
56 - 60	2

Tepi bawah dari interval kelas pada data di samping adalah

- 40,5; 46,5; 50,5; 55,5
- 40,5; 45,5; 50,5; 55,5; 60,5
- 40,5; 45,5; 50,5; 55,5
- 45,5; 50,5; 55,5; 60,5
- 45,5; 50,5; 55,5; 60



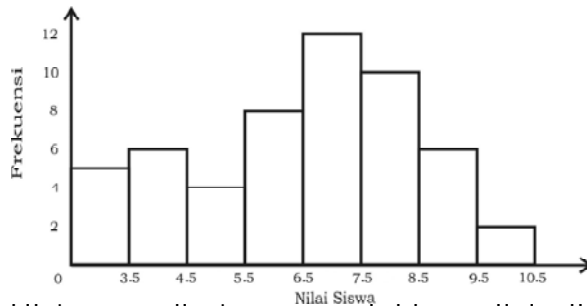
8.

Nilai	f
53 - 57	2
58 - 62	18
63 - 67	22
68 - 72	5
73 - 77	3

Titik tengah dari interval kelas data di samping, adalah

- 55, 59, 62, 70, 75
- 55, 60, 65, 70, 76
- 55, 60, 66, 71, 75
- 55, 60, 65, 70, 75
- 55, 59, 65, 70, 75

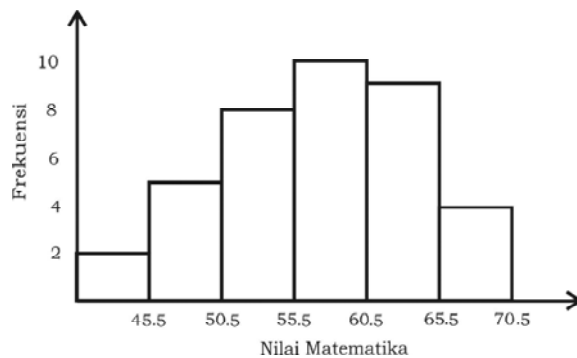
9.



Histogram di atas menunjukkan nilai ujian matematika suatu kelas. Dari data tersebut dapat disimpulkan, kecuali

- nilai yang frekuensinya paling tinggi adalah 7
- nilai yang frekuensinya paling rendah adalah 10
- nilai yang frekuensinya paling rendah adalah 4
- nilai yang frekuensinya paling tinggi adalah 12
- para siswa cukup sukses dalam ulangan

10.



Histogram di atas menunjukkan nilai ujian matematika suatu kelas. Dari data tersebut dapat disimpulkan bahwa

- tepi bawah interval ketiga adalah 50,5
- tepi bawah interval pertama adalah 41
- tepi atas interval kedua adalah 45,5
- tepi atas interval keenam adalah 70
- tepi bawah interval kedua adalah 50,5



B. Jawablah pertanyaan berikut dengan benar.

1. Buatlah histogram dari data berikut.

Tinggi Badan	Frekuensi
140 – 144	3
145 – 149	2
150 – 154	4
155 – 159	3
160 – 164	3

2. Buatlah histogram dari data berikut.

Nilai	Frekuensi
30 – 35	2
36 – 40	4
41 – 45	6
46 – 50	8
51 – 55	7
56 – 60	3

3. Diketahui data dalam tabel berikut ini.

Nilai	4	5	6	7	8	9	10	
f	3	7	10	10	11	5	4	50

Tentukan rata-rata hitungnya dengan menggunakan rata-rata sementara.

4. Diketahui data:

76	79	68	69	95	80	87	75	82
80	86	82	78	91	82	81	91	74

- a. Tentukan statistik lima serangkai dengan interpolasi.
b. Gambarlah diagram kotak garisnya.



Bab

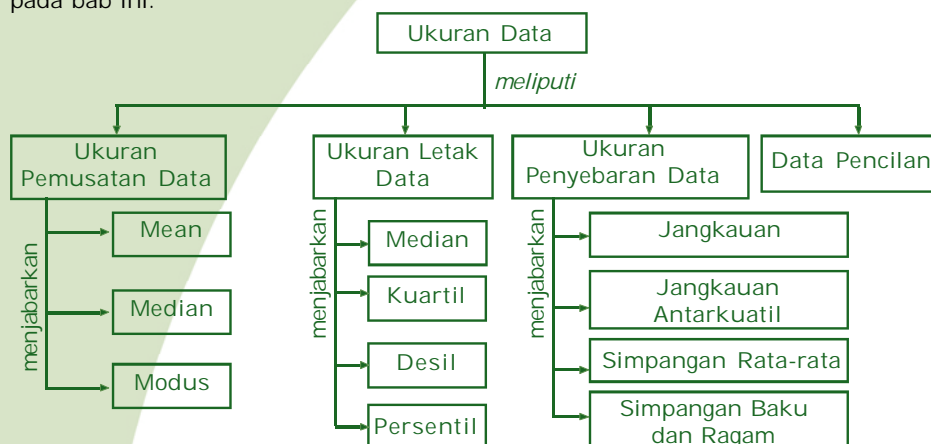
2

Ukuran Data

Pada saat upacara bendera, kita sering memperhatikan teman-teman kita. Terkadang tanpa sadar kita membandingkan tinggi rendah siswa dalam upacara tersebut. Ada yang tingginya 170 cm, 165 cm, 150 cm atau bahkan 140 cm. namun demikian, jika kita mencoba mendata tinggi masing-masing siswa, pasti hasilnya akan mengacu pada suatu nilai tertentu, yang disebut rata-rata.

Rata-rata merupakan salah satu contoh ukuran data. Dalam bab ini kalian akan mempelajari rata-rata dan ukuran data yang lain meliputi ukuran pemusatan, ukuran letak, dan ukuran penyebaran data. Dengan mempelajari bab ini diharapkan kalian dapat menentukan ukuran pemusatan, ukuran letak, ukuran penyebaran data serta dapat menafsirkan kecenderungan suatu data dari data yang telah diketahui.

Peta konsep berikut memudahkan kalian dalam mempelajari seluruh materi pada bab ini.



Dalam bab ini terdapat beberapa **kata kunci** yang perlu kalian ketahui.

1. Mean
2. Median
3. Modus
4. Kuartil
5. Desil
6. Persentil



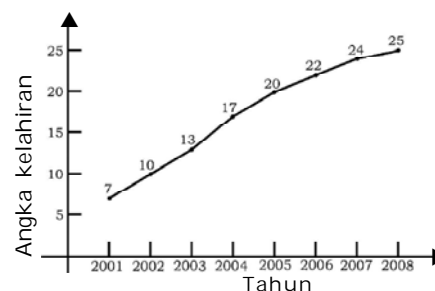
Pada pembahasan sebelumnya, kalian telah mempelajari bagaimana cara mengumpulkan dan menyajikan data. Dari data yang telah diurutkan, kita dapat memperoleh beberapa informasi penting misalnya kecenderungan data, nilai rata-rata, nilai yang sering muncul, nilai tengah, bahkan bagaimana sebaran data, semua dapat diketahui.

Berikut ini kita dapat membahas tentang ukuran data meliputi pemusatan data (mean, median, modus), ukuran letak data, dan ukuran penyebaran data.

A. Ukuran Pemusatan Data

1. Rataan (*Mean*)

Pada gambar di samping disajikan diagram garis jumlah bayi lahir dari tahun 2001 hingga tahun 2008. Dari diagram tersebut kita mengetahui banyaknya bayi lahir tiap tahun, yaitu 7, 10, 13, 17, 20, 22, 24, 25. Berapa rata-rata kelahiran bayi pada kurun waktu tersebut?



Gambar. Diagram garis jumlah kelahiran tiap tahun di Desa Suka Makmur

Rataan atau *mean* merupakan salah satu ukuran untuk memberikan gambaran yang lebih jelas dan singkat tentang sekumpulan data. Rataan merupakan wakil dari sekumpulan data atau dianggap suatu nilai yang paling dekat dengan hasil pengukuran yang sebenarnya. Jenis rata-rata antara lain: rata-rata hitung, rata-rata ukur, dan rata-rata harmonis.

a. Rataan Hitung

Misalkan $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ adalah sekumpulan data. Rataan hitung yang disimbolkan \bar{x} didefinisikan dengan:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

dengan x_i = nilai data ke- i
 n = banyaknya data

Contoh 2.1

Tentukan rata-rata hitung kelahiran bayi jika tiap tahunnya lahir 7, 10, 13, 17, 20, 22, 24, 25 bayi.



Penyelesaian:

$$\bar{x} = \frac{7 + 10 + 13 + 17 + 20 + 22 + 24 + 25}{8} = \frac{138}{8} = 17,25 \approx 17$$

Contoh 2.2

Tentukan rata-rata hitung data: 3, 3, 3, 4, 4, 6, 6, 6, 6, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 5, 5, 5, 5, 5, 7.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{3+3+3+4+4+6+6+6+6+8+8+9+9+9+9+5+5+5+5+5+7}{20} \\ &= \frac{3 \times 3 + 2 \times 4 + 4 \times 6 + 2 \times 8 + 3 \times 9 + 5 \times 5 + 7}{20} \\ &= \frac{9+8+24+16+27+25+7}{20} = \frac{116}{20} = 5,8 \end{aligned}$$

Data 3, 3, 3, 4, 4, 6, 6, 6, 6, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 5, 5, 5, 5, 5, 7 dapat dipandang sebagai data berbobot, sehingga dapat disusun tabel distribusi frekuensinya.

x	Frekuensi (f_i)
3	3
4	2
5	5
6	4
7	1
8	2
9	3
$\sum f_i = 20$	

$$\text{Rataan } (\bar{x}) = \frac{264}{40} = 6,6$$

Dengan demikian untuk data berbobot, rumus rata-rata hitungnya adalah:

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 + \dots + f_n x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

dengan x_i = nilai data ke- i
 n = banyaknya data
 f_i = frekuensi (bobot) untuk data ke- i



Contoh 2.3

Tentukan rataan hitung data berikut.

x_i	f_i
4	2
5	4
6	14
7	10
8	8
9	2
	40

Penyelesaian:

x_i	f_i	$f_i x_i$
4	2	8
5	4	20
6	14	84
7	10	70
8	8	64
9	2	18
	40	264

Dari rataan hitung untuk data berbobot tersebut dapat kita turunkan untuk mencari rataan hitung data kelompok.

Contoh 2.4

Tentukan rataan hitung dari data kelompok berikut.

Interval Kelas	f_i
38 – 46	1
47 – 55	3
56 – 64	7
65 – 73	14
74 – 82	16
83 – 91	15
92 – 100	8
Jumlah	64



Penyelesaian:

Interval Kelas	f_i	Titik Tengah (x_i)	$f_i x_i$
38 – 46	1	42	42
47 – 55	3	51	153
56 – 64	7	60	420
65 – 73	14	69	966
74 – 82	16	78	1.248
83 – 91	15	87	1.305
92 – 100	8	96	768
Jumlah	64		4.902

$$\text{Rataan } (\bar{x}) = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{4.902}{64} = 76,59$$

Cara lain untuk menentukan rataan hitung data terkelompok yang telah disusun dalam distribusi frekuensi yaitu dengan **cara sandi** atau **cara coding**.

Langkah cara *coding* adalah sebagai berikut.

- 1) Pilihlah titik tengah salah satu interval sebagai x_0 . Biasanya dipilih pada interval dengan frekuensi terbesar. (Mengapa demikian?).
- 2) Beri tanda $d = -1$, $d = -2$, $d = -3$ dan seterusnya untuk titik tengah yang lebih kecil dari x_0 .
- 3) Beri tanda $d = 1$, $d = 2$, $d = 3$ dan seterusnya untuk titik tengah yang lebih dari x_0 .
- 4) Hitunglah rataan hitung dengan rumus:

$$\text{Rataan } (\bar{x}) = x_0 + p \frac{\sum_{i=1}^n f_i d_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

dengan x_0 = nilai tengah suatu interval

d_i = nilai untuk titik tengah

p = adalah panjang kelas.

f_i = frekuensi untuk data ke- i

Contoh 2.5

Tentukan rataan hitung pada contoh sebelumnya dengan menggunakan cara *coding*.



Penyelesaian:

Interval Kelas	f_i	x_i	d_i	$f_i d_i$
38 – 46	1	42	-4	-4
47 – 55	3	51	-3	-9
56 – 64	7	60	-2	-14
65 – 73	14	69	-1	-14
74 – 82	16	78	0	0
83 – 91	15	87	1	15
92 – 100	8	96	2	16
Jumlah	64			-10

Panjang kelas (p) = tepi atas – tepi bawah = $82,5 - 73,5 = 9$

$$\begin{aligned} \text{Rataan } (\bar{X}) &= x_0 + p \frac{\sum_{i=1}^n f_i d_i}{\sum f_i} \\ &= 78 + 9 \left(\frac{-10}{64} \right) = 78 - 1,41 = 76,59 \end{aligned}$$

Kegiatan Menulis 2.1

Kelas A dan B mempunyai rata-rata nilai matematika yang sama, yaitu 6. Apakah kemampuan para siswa di dua kelas tersebut sama?

b. Rataan Ukur

Misalkan diberikan sekumpulan data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. Rataan ukur yang disimbolkan dengan U didefinisikan dengan:

$$U = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \dots \times x_n}$$

dengan U = rata-rata ukur n = banyaknya data
 x_i = data ke- i

Contoh 2.6

Tentukan rata-rata ukur dari data 10, 100, 1.000, 10.000.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} U &= \sqrt[4]{10 \times 100 \times 1.000 \times 10.000} \\ &= \sqrt[4]{10.000.000.000} = 316,2278 \end{aligned}$$

Jadi, rata-rata ukuran adalah 316,2278.



Selain menggunakan kalkulator, perhitungan dapat dilakukan dengan menggunakan sifat-sifat logaritma.

$$\begin{aligned}
 U &= \sqrt[4]{10.000.000.000} \\
 \log U &= \log (\sqrt[4]{10.000.000.000}) \\
 &= \log (10 \times 100 \times 1.000 \times 10.000)^{\frac{1}{4}} \\
 &= \frac{1}{4} \log (10 \times 100 \times 1.000 \times 10.000) \\
 &= \frac{1}{4} (\log 10 + \log 100 + \log 1.000 + \log 10.000) \\
 &= \frac{1}{4} (1 + 2 + 3 + 4) \\
 &= \frac{1}{4} (10) = 2,5
 \end{aligned}$$

$U = \text{antilog } 2,5 = 316,2278$
 Jadi, rata-rata ukurnya adalah 316,2278.

Contoh 2.7

Hitunglah rata-rata ukur untuk data kelahiran bayi dari tahun 2001 hingga 2008 dari Contoh 2.1.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
 U &= \sqrt[8]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \dots \times x_8} \\
 U &= \sqrt[8]{7 \times 10 \times 13 \times 17 \times 20 \times 22 \times 24 \times 25} \\
 \log U &= \frac{1}{8} \log (7 \times 10 \times 13 \times 17 \times 20 \times 22 \times 24 \times 25) \\
 &= \frac{1}{8} (\log 7 + \log 10 + \log 13 + \log 17 + \log 20 + \log 22 + \log 24 + \log 25) \\
 &= \frac{1}{8} (0,8451 + 1 + 1,1139 + 1,2304 + 1,3010 + 1,3424 + 1,3802 + 1,3979) \\
 &= \frac{9,6109}{8} \\
 &= 1,201 \\
 U &= 16
 \end{aligned}$$

Jadi, rata-rata kelahiran bayi dari tahun 2000 hingga tahun 2002 adalah 16 bayi per tahun.

Infomedia

Dalam operasi logaritma:

1. ${}^a\log xy = {}^a\log x + {}^a\log y$
2. ${}^a\log \frac{x}{y} = {}^a\log x - {}^a\log y$
3. ${}^a\log x^n = n {}^a\log x$
4. ${}^a\log x = \frac{1}{x {}^a\log a}$
 $= \frac{{}^b\log x}{{}^b\log a}$
5. ${}^a\log 1 = 0$
 ${}^a\log a = 1$
6. $a^{{}^a\log x} = x$



Kegiatan Menulis 2.2



Dalam menghitung rata-rata ukur, mana yang lebih efisien antara menggunakan kalkulator atau sifat-sifat logaritma? Jelaskan.

c. Rataan Harmonis

Misalkan diberikan sekumpulan data $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$. Rataan harmonis yang disimbolkan dengan H didefinisikan dengan:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

dengan:

H = rata-rata harmonis

n = banyaknya data

x_i = data ke- i

$\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}$ = jumlah kebalikan setiap data ke- i dengan $i = 1, 2, \dots, n$

Contoh 2.8

Tentukan rata-rata harmonis dari data: 3, 5, 6, 4, 8.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} H &= \frac{5}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} \\ &= \frac{5}{1,075} \\ &= 4,65 \end{aligned}$$

Kegiatan Menulis 2.3



Dari sekelompok data dapat diperoleh berbagai jenis rata-rata. Rataan mana yang akan kalian gunakan untuk mewakili data tersebut? Jelaskan.





Latihan 2.1

1. Suatu percobaan jenis makanan yang diberikan pada ayam potong memberikan kenaikan berat badan sebagai berikut.

Minggu ke-	Berat Badan
1	250 gram
2	490 gram
3	990 gram
4	1.890 gram
5	3.790 gram

Berapa kenaikan berat badan ayam potong rata-rata tiap minggunya?

2. Dalam suatu keranjang besar terdapat 4 jenis buah-buahan, yaitu mangga, apel, jeruk, dan melon. Mangga sebanyak 120 buah beratnya rata-rata 270 gram. Apel sebanyak 100 buah beratnya rata-rata 250 gram. Jeruk sebanyak 110 buah beratnya rata-rata 255 gram. Melon sebanyak 80 buah dengan berat rata-rata 275 gram. Tentukan berat rata-rata seluruh buah-buahan dalam keranjang tersebut.
3. Perhatikan tabel berikut ini.

Interval Kelas	f_i
4 – 5	3
6 – 7	8
8 – 9	15
10 – 11	20
12 – 13	10
14 – 15	4
Jumlah	60

- a. Tentukan nilai rata-rata dari data berikut.
 - b. Tentukan pula rataannya dengan cara *coding*.
4. Perhatikan tabel frekuensi pada soal nomor 3. Buatlah soal cerita berdasarkan tabel tersebut.



5. Tentukan rata-rata data berikut.
5, 6, 4, 8, 7, 3, 8, 9, 4, 10.
6. Tentukan rata-rata data nilai rapor berikut.

Nilai Rapor	Frekuensi
4	2
5	5
6	9
7	12
8	9
9	3
Jumlah	40

7. Tentukan rata-rata harmonis dari data:
12 13 15 23 24 16 14 14 15 20
14 11 17 19 16 12 15 15 13 11
12 16 18 17 13 11 12 12 13 13
8. Tentukan rata-rata harmonis dari data nilai rapor berikut.

Nilai Rapor	Frekuensi
4	2
5	5
6	9
7	12
8	9
9	3
Jumlah	40

2. Median

a. Data Tunggal

Median yang disimbolkan dengan **Me** adalah nilai data yang terletak di tengah setelah data diurutkan. Dengan demikian, median membagi data menjadi dua bagian yang sama besar.

Contoh 2.9

Tentukan median dari data: 3, 6, 5, 9, 7, 8, 6, 5, 4.

Infomedia

Untuk mengingat definisi Median, pikirkan bagian tengah jalan, yaitu bagian paling tengah dari jalan yang membagi jalan menjadi dua bagian tepat sama besar, yaitu bagian tepi kiri dan kanan.

Sumber: www.mathgoodies.com



Penyelesaian:

Data setelah diurutkan menjadi: 3, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 8, 9. Diperoleh median dari data tersebut adalah 6.

Contoh di atas cacah datanya ganjil, bagaimana jika cacah datanya genap?

Contoh 2.10

Tentukan median dari data: 3, 6, 5, 7, 8, 6, 5, 4.

Penyelesaian:

Data setelah diurutkan menjadi: 3, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 8.

Median dari data di atas adalah $\frac{5+6}{2} = 5,5$. Terlihat bahwa nilai 5,5 membagi data menjadi dua bagian yang sama besar.

b. Data Kelompok

Perhatikan tabel distribusi frekuensi berikut.

Nilai	f
31 – 35	1
36 – 40	2
41 – 45	3
46 – 50	7
51 – 55	12
56 – 60	10
61 – 65	5

Bagaimana menentukan median dari data tersebut? Untuk menjawab permasalahan menentukan median dapat digunakan rumus berikut ini.

$$Me = T_b + p \left(\frac{\frac{n}{2} - F}{f_{Me}} \right)$$

T_b = tepi bawah kelas yang mengandung Me
 p = panjang kelas
 n = cacah data
 F = frekuensi kumulatif sebelum kelas yang mengandung median
 f_{Me} = frekuensi kelas yang memuat median

Berdasarkan rumus tersebut, maka median dari data terkelompok di atas dapat dihitung sebagai berikut.



Nilai	f	F_{kum}
31 – 35	1	1
36 – 40	2	3
41 – 45	3	6
46 – 50	7	13
51 – 55	12	25
56 – 60	10	35
61 – 65	5	40

Karena cacah datanya adalah 40, maka median terletak diantara data ke-20 dan data ke-21. Diperoleh kelas yang mengandung median adalah 51 – 55. Dengan demikian $T_b = 50,5$; $p = 5$; $F = 13$; $f_{Me} = 12$.

$$\begin{aligned}
 Me &= 50,5 + 5 \left(\frac{20 - 13}{12} \right) \\
 &= 50,5 + 5 \left(\frac{7}{12} \right) \\
 &= 53,42
 \end{aligned}$$

Jadi, mediannya adalah 53,42.

Kegiatan Menulis 2.4



Berdasarkan cara penghitungan yang telah dijelaskan, jelaskan perbedaan yang mendasar antara rata-rata dan median.

3. Modus

Bila kita melintasi suatu kawasan tertentu, kadang kita mendapati rumah-rumah yang bagus. Tentu kita segera membuat kesimpulan bahwa kawasan tersebut adalah kawasan orang-orang kaya. Padahal, bila diperhatikan ada beberapa rumah yang kumuh.

Gejala-gejala yang banyak muncul seperti pada ungkapan di atas bahwa suatu kawasan tersebut adalah kawasan orang kaya karena sebagian besar rumahnya bagus, mengarah pada sesuatu yang disebut **modus** yang disimbolkan dengan **Mo**. Jadi, modus adalah gejala atau data yang sering muncul.



Contoh 2.11

Tentukan modus dari data:

4, 5, 7, 5, 6, 6, 8, 9, 4, 6, 6, 7, 7, 7, 5, 6, 4.

Penyelesaian:

Karena frekuensi data 6 paling tinggi, maka modus data tersebut adalah 6.

Contoh 2.12

Tentukan modus dari data:

4, 5, 6, 7, 7, 6, 8, 9, 10, 6, 4, 6, 6, 7, 7, 8, 7, 5.

Penyelesaian:

Karena frekuensi data 6 dan 7 adalah paling tinggi, yaitu sebanyak 5, maka modus dari data tersebut adalah 6 dan 7.

Jika data disusun secara berkelompok, maka untuk menentukan modus digunakan rumus berikut:

$$Mo = T_b + p \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right)$$

T_b = tepi bawah kelas yang mengandung modus (kelas dengan frekuensi terbanyak)
 p = panjang kelas
 d_1 = selisih frekuensi kelas yang mengandung modus dengan frekuensi kelas sebelumnya
 d_2 = selisih frekuensi yang mengandung modus dengan frekuensi sesudahnya

Contoh 2.13

Tentukan modus dari data terkelompok berikut.

Nilai	f
31 – 35	1
36 – 40	2
41 – 45	3
46 – 50	7
51 – 55	12
56 – 60	10
61 – 65	5

Penyelesaian:

Kelas yang mengandung modus adalah 51 – 55. Tepi bawah (T_b) kelas yang mengandung modus adalah 50,5.



$$\begin{aligned}
 b_1 &= 12 - 7 = 5 \\
 b_2 &= 12 - 10 = 2 \\
 p &= \text{batas atas} - \text{batas bawah} \\
 &= 55,5 - 50,5 \\
 &= 5.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Mo &= 50,5 + 5 \left(\frac{5}{5+2} \right) \\
 &= 50,5 + 5 (0,714) \\
 &= 50,5 + 3,57 \\
 &= 54,07
 \end{aligned}$$

Kegiatan Menulis 2.5



Dalam menentukan rangking seorang siswa, biasanya digunakan nilai rata-rata siswa tersebut, bukan median atau modusnya. Menurut kalian mengapa hal ini terjadi?



Latihan 2.2

Jawablah soal-soal berikut dengan benar.

1. Diketahui sampel data sebagai berikut.
6,5; 6,6; 4,0; 5,5; 7,6; 8,5; 7,8
Berapakah mediannya?
2. Tentukan median dari sampel data berikut ini.
74, 81, 67, 45, 56, 78, 76, 75, 68, 46
3. Tentukan median dari data nilai rapor berikut.

Nilai Rapor	Frekuensi
4	2
5	5
6	9
7	12
8	9
9	3
Jumlah	40



4. Tentukan median dari data dalam tabel distribusi frekuensi berikut.

Kelas Interval	Frekuensi
21 – 27	1
28 – 34	1
35 – 41	2
42 – 48	6
49 – 55	15
56 – 62	19
63 – 69	1
70 – 76	3
77 – 83	2
Jumlah	50

5. Tentukan modus dari data 4, 3, 5, 4, 6, 7, 7, 6, 5, 9, 10.
 6. Tentukan modus dari data 4, 5, 3, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 15.
 7. Suatu distribusi frekuensi tersusun sebagai berikut.

Kelas Interval	Frekuensi
21 – 27	1
28 – 34	1
35 – 41	2
42 – 48	6
49 – 55	15
56 – 62	19
63 – 69	1
70 – 76	3
77 – 83	2
Jumlah	50

Dari data tabel di atas, tentukan modusnya.

B. Ukuran Letak Data

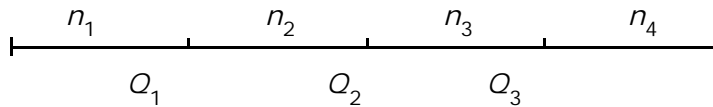
1. Kuartil

Telah diketahui bahwa median membagi sekumpulan data yang diurutkan menjadi dua bagian yang sama. Sedangkan kuartil membagi sekumpulan data tersebut menjadi empat bagian yang sama banyak. Artinya terdapat tiga nilai yang akan menjadikan



sekumpulan data menjadi empat bagian yang sama banyak. Nilai-nilai tersebut adalah **kuartil pertama (Q_1)**, **kuartil kedua (Q_2)**, dan **kuartil ketiga (Q_3)**.

Dengan demikian Q_1 , Q_2 , dan Q_3 bersifat 25% data jatuh di bawah Q_1 , 50% data jatuh di bawah Q_2 , dan 75% jatuh di bawah Q_3 .



Pembahasan kuartil ini selanjutnya akan berguna untuk menyelesaikan masalah median, desil, dan persentil. Dalam kehidupan sehari-hari masalah kuartil ini dapat digunakan misalnya menentukan kelulusan siswa pada suatu ulangan jika ditentukan aturan siswa yang lulus adalah 25% siswa dengan nilai tertinggi.

a. Kuartil Data Tunggal

Misal banyaknya kumpulan data ≥ 3 . Banyaknya data di bawah Q_1 adalah n_1 , banyaknya data antara Q_1 dan Q_2 adalah n_2 , antara Q_2 dan Q_3 adalah n_3 , dan di atas Q_3 sebanyak n_4 data dengan $n_1 = n_2 = n_3 = n_4$.

Infomedia

Kuartil: nilai yang menandai batas interval dari sebaran frekuensi yang berderet di empat bagian sebaran yang sama.
Sumber: KBBI, 2002

Contoh 2.14:

Tentukan Q_1 , Q_2 , dan Q_3 dari data: 3, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 10.

Penyelesaian:

Dari data tersebut terlihat:

3, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 10
 \uparrow \uparrow \uparrow
 Q_1 Q_2 Q_3

Sehingga nilai $Q_1 = 6$, $Q_2 = 7$, dan $Q_3 = 8$.

Cacah data dari contoh di atas adalah 11. Kuartil ditentukan dengan:

$$\text{Nilai } Q_1 = \text{data ke-} \frac{1}{4}(11 + 1) = \text{data ke-3}$$

$$\text{Nilai } Q_2 = \text{data ke-} \frac{2}{4}(11 + 1) = \text{data ke-6}$$

$$\text{Nilai } Q_3 = \text{data ke-} \frac{3}{4}(11 + 1) = \text{data ke-9}$$



Dengan demikian dapat dibuat rumus untuk menentukan kuartil, yaitu:

$$Q_i = \text{data ke-} \frac{i}{4}(n+1) \text{ dengan } i = 1, 2, 3, \text{ dan } n \text{ adalah cacah data}$$

Dari rumus tersebut, untuk n tertentu letak data tidak bulat. Jadi, bagaimana menentukan kuartilnya? Coba perhatikan contoh berikut.

Contoh 2.15

Tentukan Q_1 , Q_2 , dan Q_3 dari data: 4, 5, 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10.

Penyelesaian:

4, 5, 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10

\uparrow \uparrow \uparrow
 Q_1 Q_2 Q_3

$$\begin{aligned} Q_1 &= \text{data ke-} \frac{1}{4}(9+1) = \text{data ke-} 2\frac{1}{2} = \frac{1}{2}(\text{data ke-2} + \text{data ke-3}) \\ &= \frac{1}{2}(5 + 5) = 5 \end{aligned}$$

$$Q_2 = \text{data ke-} \frac{2}{4}(9+1) = \text{data ke-5} = 6$$

$$\begin{aligned} Q_3 &= \text{data ke-} \frac{3}{4}(9+1) = \text{data ke-} 7\frac{1}{2} = \frac{1}{2}(\text{data ke-7} + \text{data ke-8}) \\ &= \frac{1}{2}(8 + 9) = 8\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Contoh 2.16

Hitunglah Q_1 dan Q_3 dari data berikut.

10, 13, 9, 14, 17, 9, 21, 19, 19, 22, 35, 23, 25, 35, 47, 33, 25, 39, 43, 29

Penyelesaian:

Dari data tersebut diurutkan dari kecil ke besar menjadi:

9, 9, 10, 13, 14, 17, 19, 19, 21, 22,
23, 25, 25, 29, 33, 35, 35, 39, 43, 47

Dengan $n = 20$, diperoleh:

$$\begin{aligned} Q_1 &= \text{data ke-} \frac{1}{4}(20+1) \\ &= \text{data ke-} 5\frac{1}{4} \end{aligned}$$

Sudut Matematika

Mencari Informasi Lebih Jauh

Bagaimana dengan data kualitatif? Apakah mempunyai mean, median, modus, dan kuartil? Jelaskan alasan kalian.



$$= \text{data ke-5} + \frac{1}{4}(\text{data ke-6} - \text{data ke-5})$$

$$= 14 + \frac{1}{4}(17 - 14) = 14\frac{3}{4}$$

$$Q_3 = \text{data ke-} \frac{3}{4}(20 + 1)$$

$$= \text{data ke-}15\frac{3}{4}$$

$$= \text{data ke-15} + \frac{3}{4}(\text{data ke-16} - \text{data ke-15})$$

$$= 33 + \frac{3}{4}(35 - 33) = 34\frac{1}{2}$$

Kegiatan Menulis 2.6



Untuk cacah data $n = 3$, bagaimana nilai kuartil-kuartilnya? Jelaskan.

b. Kuartil Data Kelompok

Pada penentuan median untuk data terkelompok, rumus yang digunakan adalah:

$$Me = T_b + p \left(\frac{\frac{n}{2} - F}{f_{Me}} \right)$$

Telah diketahui bahwa $Me = Q_2$. Dengan demikian menentukan kuartil kedua sama dengan menentukan median. Bagaimana dengan Q_1 dan Q_3 ? Jika diperhatikan pada rumus median memuat

bentuk $\frac{n}{2}$. Bentuk $\frac{n}{2} = \frac{2}{4}n$.

Bilangan 2 pada $\frac{2}{4}$ berkaitan dengan Q_2 . Dengan demikian Q_1 terkait dengan bentuk $\frac{1}{4}n$ dan pada Q_3 terkait bentuk $\frac{3}{4}n$. Jadi, untuk menentukan kuartil dari data terkelompok dapat dilakukan



dengan menggunakan rumus berikut.

$$Q_i = T_b + p \left(\frac{\frac{1}{4}n - F}{f_{Q_i}} \right)$$

$i = 1, 2, 3$
 T_b = tepi bawah kelas yang mengandung Q_i
 p = panjang kelas
 n = cacah data
 F = frekuensi kumulatif sebelum kelas yang mengandung Q_i
 f_{K_i} = frekuensi kelas yang mengandung Q_i

Contoh 2.17

Tentukan Q_1 , Q_2 , dan Q_3 dari data berikut.

Nilai	31 – 35	36 – 40	41 – 45	46 – 50	51 – 55	56 – 60	61 – 65
f	1	2	3	7	12	10	5

Penyelesaian:

Untuk menentukan nilai Q_1 , Q_2 , dan Q_3 dari data pada tabel di atas, terlebih dahulu buatlah tabel distribusi frekuensi kumulatif dari data tersebut.

Selanjutnya ditentukan letak masing-masing kuartil yaitu Q_1 , Q_2 , dan Q_3 beserta nilainya sebagai berikut.

Distribusi frekuensi kumulatif kurang dari data tersebut adalah:

Nilai	f	F_{kum}	
31 – 35	1	1	
36 – 40	2	3	
41 – 45	3	6	
46 – 50	7	13	← Q_1
51 – 55	12	25	← Q_2
56 – 60	10	35	← Q_3
61 – 65	5	40	

Letak Q_1 = data ke- $\frac{1}{4}(40)$ = data ke-10. Dengan demikian interval yang memuat Q_1 adalah 46 – 50, sehingga diperoleh $T_b = 45,5$, $p = 50,5 - 45,5 = 5$, $F = 6$, $f_{Q_1} = 7$.



$$\begin{aligned}
 Q_1 &= 45,5 + 5 \left(\frac{\frac{1}{4}(40) - 6}{7} \right) \\
 &= 45,5 + 5 \left(\frac{4}{7} \right) \\
 &= 45,5 + 2,86 \\
 &= 48,36
 \end{aligned}$$

Sudut Matematika

Mencari Informasi Lebih Jauh

Bagaimana dengan data kualitatif? Apakah mempunyai mean, median, modus, dan kuartil? Jelaskan alasan.

Letak Q_2 = data ke- $\frac{2}{4}(40)$ = data ke-20. Dengan demikian interval yang memuat Q_2 adalah 51 – 55, sehingga diperoleh $T_b = 50,5$, $p = 55,5 - 50,5 = 5$, $F = 13$, $f_{Q_2} = 12$

$$\begin{aligned}
 Q_2 &= 50,5 + 5 \left(\frac{20 - 13}{12} \right) \\
 &= 50,5 + 5 \left(\frac{7}{12} \right) \\
 &= 53,42
 \end{aligned}$$

Letak Q_3 = data ke- $\frac{3}{4}(40)$ = data ke-30. Dengan demikian interval yang memuat Q_3 adalah interval 56 – 60, sehingga diperoleh $T_b = 55,5$, $p = 60,5 - 55,5 = 5$, $F = 25$, $f_{Q_3} = 10$.

$$\begin{aligned}
 Q_3 &= 55,5 + 5 \left(\frac{\frac{3}{4}(40) - 25}{10} \right) \\
 &= 55,5 + 5 \left(\frac{5}{10} \right) \\
 &= 55,5 + 2,5 = 58
 \end{aligned}$$

Jadi diperoleh $Q_1 = 48,36$, $Q_2 = 53,42$, dan $Q_3 = 58$.

Kegiatan Menulis 2.7



Diberikan sekumpulan data dengan cacah cukup besar ($n > 50$). Hitung Q_1 , Q_2 , dan Q_3 dengan memandangnya sebagai data tak terkelompok. Hitung juga Q_1 , Q_2 , dan Q_3 sebagai data terkelompok. Apakah hasil perhitungannya sama? Menurut kalian mana yang lebih mudah dilakukan?





Latihan 2.3

Tentukan Q_1 , Q_2 , dan Q_3 untuk data berikut.

- 4, 6, 8, 5, 6, 9, 3, 6, 7, 10, 11
- 12, 21, 9, 8, 24, 32, 33, 26, 25, 10, 23, 30, 26, 22, 10, 15, 17, 32, 29, 30
- Carilah Q_1 , Q_2 , dan Q_3 dari data:
16, 17, 17, 18, 9, 20, 21, 22, 24, 26
- Carilah nilai Q_1 , Q_2 , dan Q_3 dari data:

Nilai	Frekuensi
4	5
5	8
6	15
7	28
8	21
9	16
10	7

- Diketahui data yang tersusun dalam tabel distribusi frekuensi berikut.

Tinggi Badan	Frekuensi
152 – 154	15
155 – 157	17
158 – 160	25
161 – 163	25
164 – 166	15
167 – 169	12
170 – 172	11
Jumlah	120

- Tentukan letak Q_1 , Q_2 , dan Q_3 .
- Tentukan pula Q_1 , Q_2 , dan Q_3 .



2. Desil

Seperti pada pengertian kuartil, desil adalah nilai-nilai yang membagi susunan data menjadi 10 bagian yang sama banyak. Dengan demikian nilai-nilai dari desil yaitu desil ke-1 (D_1), desil ke-2 (D_2), desil ke-3 (D_3) dan seterusnya sampai D_9 .

a. Desil pada Data Tunggal

Penentuan nilai D_1 , D_2 , D_3 , dan seterusnya ditentukan oleh letaknya, dengan rumus:

$$D_i = \text{data ke-} \frac{i}{10}(n+1)$$

dengan $i = 1, 2, 3, \dots, 9$ dan n adalah cacah data

Contoh 2.18

Carilah D_1 , D_3 , D_5 , dan D_9 dari data berikut.

10, 13, 9, 14, 17, 9, 21, 19, 19, 22,
35, 23, 25, 35, 47, 33, 25, 39, 43, 29

Penyelesaian:

Dari data tersebut, setelah diurutkan menjadi:

9, 9, 10, 13, 14, 17, 19, 19, 21, 22,
23, 25, 25, 29, 33, 35, 35, 39, 43, 47

Dengan $n = 20$, diperoleh:

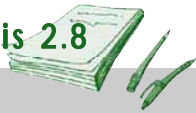
$$\begin{aligned} D_1 &= \text{data ke-} \frac{1}{10} (20 + 1) \\ &= \text{data ke-} 2 \frac{1}{10} \\ &= \text{data ke-} 2 + \frac{1}{10} (\text{data ke-} 3 - \text{data ke-} 2) \\ &= 9 + \frac{1}{10} (10 - 9) = 9,1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_3 &= \text{data ke-} \frac{3}{10} (20 + 1) \\ &= \text{data ke-} 6 \frac{3}{10} \\ &= \text{data ke-} 6 + \frac{3}{10} (\text{data ke-} 7 - \text{data ke-} 6) \\ &= 17 + \frac{3}{10} (19 - 17) = 17,6 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
D_5 &= \text{data ke-} \frac{5}{10} (20 + 1) \\
&= \text{data ke-} 10 \frac{5}{10} \\
&= \text{data ke-} 10 + \frac{5}{10} (\text{data ke-} 11 - \text{data ke-} 10) \\
&= 22 + \frac{5}{10} (23 - 22) = 22,5 \\
D_9 &= \text{data ke-} \frac{9}{10} (20 + 1) \\
&= \text{data ke-} 18 \frac{9}{10} \\
&= \text{data ke-} 18 + \frac{9}{10} (\text{data ke-} 19 - \text{data ke-} 18) \\
&= 39 + \frac{9}{10} (43 - 39) = 39 + \frac{36}{10} = 42,6
\end{aligned}$$

Kegiatan Menulis 2.8



Bagaimana menentukan $D_1, D_2, D_3, \dots, D_9$ untuk data terkelompok?
 Bagaimana pula menentukan $D_1, D_2, D_3, \dots, D_9$ untuk cacah data kurang dari 10?

b. Desil pada Data Kelompok

Untuk menentukan desil digunakan rumus yang mirip rumus untuk menentukan kuartil, yaitu:

$$D_i = T_b + p \left(\frac{\frac{i}{10} n - F}{f_{D_i}} \right)$$



Dengan:

$i = 1, 2, 3, \dots, 9$

T_b = tepi bawah kelas yang mengandung D_i

p = panjang kelas

n = cacah data

F = frekuensi kumulatif sebelum kelas yang mengandung D_i

f_{D_i} = frekuensi kelas yang mengandung D_i

Contoh 2.19

Tentukan D_1 , D_5 , dan D_9 dari data berikut.

Nilai	f
31 – 35	1
36 – 40	2
41 – 45	3
46 – 50	7
51 – 55	12
56 – 60	10
61 – 65	5

Penyelesaian:

Distribusi frekuensi kumulatif dari data tersebut adalah:

Nilai	f	F_{kum}	
31 – 35	1	1	
36 – 40	2	3	
41 – 45	3	6	← D_1
46 – 50	7	13	
51 – 55	12	25	← D_5
56 – 60	10	35	
61 – 65	5	40	← D_9

Letak $D_1 = \text{data ke-} \frac{1}{10}(40) = \text{data ke-4}$. Dengan demikian interval yang memuat D_1 adalah interval 41 – 45, sehingga diperoleh $T_b = 40,5$, $p = 5$, $F = 3$, $f_{D_1} = 3$.



$$\begin{aligned}
 D_1 &= 40,5 + 5 \left(\frac{\frac{i}{10}n - F}{f_{D_i}} \right) \\
 &= 40,5 + 5 \left(\frac{1}{3} \right) \\
 &= 40,5 + 1,67 \\
 &= 42,17
 \end{aligned}$$

Letak D_5 = data ke- $\frac{5}{10}(40)$ = data ke-20. Dengan demikian interval yang memuat D_5 adalah 51 – 55, sehingga diperoleh $T_b = 50,5$, $p = 5$, $F = 13$, $f_{D_5} = 12$.

$$\begin{aligned}
 D_5 &= 50,5 + 5 \left(\frac{\frac{5}{10}(40) - 13}{12} \right) \\
 &= 50,5 + 5 \left(\frac{7}{12} \right) \\
 &= 50,5 + 2,92 \\
 &= 53,42
 \end{aligned}$$

Letak D_9 = data ke- $\frac{9}{10}(40)$ = data ke-36. Dengan demikian interval yang memuat D_9 adalah 61 – 65, sehingga diperoleh $T_b = 60,5$, $p = 5$, $F = 5$, $f_{D_9} = 35$.

$$\begin{aligned}
 D_9 &= 60,5 + 5 \left(\frac{\frac{9}{10}(40) - 35}{5} \right) \\
 &= 60,5 + 5 \left(\frac{1}{5} \right) \\
 &= 60,5 + 1 \\
 &= 61,5
 \end{aligned}$$



Kegiatan Menulis 2.9



Kuartil membagi data yang terurut menjadi empat sama banyak. Desil membagi data terurut menjadi sepuluh sama banyak. Dari pengertian tersebut, perkirakan uraian tentang membagi data terurut menjadi seratus bagian sama banyak yang saelanjutnya disebut dengan persentil.



Latihan 2.4

1. Tentukan D_1 , D_2 , D_3 , dan D_9 untuk data berikut.
 - a. 4, 6, 8, 5, 6, 9, 3, 6, 7, 10, 11
 - b. 12, 21, 9, 8, 24, 32, 33, 26, 25, 10, 23, 30, 26, 22, 10, 15, 17, 32, 29, 30
2. Carilah nilai D_1 , D_4 , dan D_7 dari data berikut:
30 50 58 63 68 32 51 58 64 69 36 53
58 66 70 43 53 60 67 72 48 56 62 68
3. Diketahui data yang tersusun dalam tabel distribusi frekuensi berikut.

Tinggi Badan	Frekuensi
152 – 154	15
155 – 157	17
158 – 160	25
161 – 163	25
164 – 166	15
167 – 169	12
170 – 172	11
Jumlah	120

- a. Tentukan letak D_1 , D_2 , D_6 , dan D_8 .
- b. Tentukan pula D_1 , D_2 , D_6 , dan D_8 .

3. Persentil

Seperti halnya pada pengertian kuartil dan desil, persentil adalah nilai-nilai yang membagi susunan data menjadi 100 bagian yang sama banyaknya. Dengan demikian, nilai-nilai dari persentil ke-1 (P_1), persentil ke-2 (P_2), persentil ke-3 (P_3) dan seterusnya sampai persentil ke-99 (P_{99}).



Rumus untuk persentil adalah

$$P_i = T_b + p \left(\frac{\frac{i}{100}n - F}{f_{P_i}} \right)$$

dengan

$i = 1, 2, 3, \dots, 99$

T_b = tepi bawah kelas yang mengandung P_i

p = panjang kelas

n = cacah data

F = frekuensi kumulatif sebelum kelas yang mengandung P_i

f_{P_i} = frekuensi kelas yang mengandung

Contoh 2.20

Tentukan P_5 , P_{20} , dan P_{50} dari data dalam tabel berikut.

Nilai	f
31 - 35	1
36 - 40	2
41 - 45	3
46 - 50	7
51 - 55	12
56 - 60	10
61 - 65	5
66 - 70	20
71 - 75	15
76 - 80	25



Penyelesaian:

Distribusi kumulatif dari data tersebut adalah

Nilai	f	F_{kum}	
31 - 35	1	1	
36 - 40	2	3	
41 - 45	3	6	← P_5
46 - 50	7	13	
51 - 55	12	25	← P_{20}
56 - 60	10	35	
61 - 65	5	40	
66 - 70	20	60	← P_{50}
71 - 75	15	75	
76 - 80	25	100	

- a. Letak $P_5 = \text{data ke-} \frac{5}{100}(100) = \text{data ke-5}$. Dengan demikian interval yang memuat P_5 adalah interval 41-45, sehingga diperoleh $T_b = 40,5$; $p = 5$; $F = 3$, $f_{P_5} = 3$.

$$\begin{aligned}
 P_5 &= 40,5 + 5 \left(\frac{\frac{5}{100} \times 100 - 3}{3} \right) \\
 &= 40,5 + 5 \left(\frac{2}{3} \right) \\
 &= 40,5 + 3,33 \\
 &= 43,83
 \end{aligned}$$

- b. Letak $P_{20} = \text{data ke-} \frac{20}{100}(100) = \text{data ke-20}$. Dengan demikian interval yang memuat P_{20} adalah interval 51-55, sehingga diperoleh $T_b = 50,5$; $F = 13$; $f_{P_{20}} = 12$.



$$\begin{aligned}
 P_{20} &= 50,5 + 5 \left(\frac{\frac{20}{100} \times 100 - 13}{12} \right) \\
 &= 50,5 + 5 \left(\frac{7}{12} \right) \\
 &= 50,5 + 2,92 \\
 &= 53,42
 \end{aligned}$$

- c. Letak P_{50} = data ke- $\frac{50}{100}(100)$ = data ke-50. Dengan demikian interval yang memuat P_{50} adalah interval 66-70, sehingga diperoleh $T_b = 65,5$; $p = 5$; $F = 40$; $f_{P_{50}} = 20$.

$$\begin{aligned}
 P_{50} &= 65,5 + 5 \left(\frac{\frac{50}{100} \times 100 - 40}{20} \right) \\
 &= 65,5 + 5 \left(\frac{1}{2} \right) \\
 &= 65,5 + 2,5 \\
 &= 68
 \end{aligned}$$

C. Ukuran Penyebaran Data (*Dispersi*)

Ketiga ukuran pemusatan yakni rata-rata, median, dan modus yang telah kalian pelajari, tidak cukup memberikan gambaran yang memadai untuk suatu data. Kalian perlu mengetahui, seberapa jauh data menyebar dari nilai rata-ratanya. Dimungkinkan bahwa kita dapat memiliki dua himpunan pengamatan yang mempunyai median yang sama namun sangat berbeda penyebaran datanya.

Coba perhatikan data berikut.

Tabel berikut merupakan hasil pengukuran 5 susu segar (dalam liter) dari perusahaan A dan 5 susu segar (dalam liter) perusahaan



B. Keperluan susu untuk perusahaan tersebut dipasok dari perusahaan susu yang sama serta perusahaan A dan B hanya mengemasnya.

Susu A (Dikemas Perusahaan A)	1,02	1,00	1,01	0,98	0,99
Susu B (Dikemas Perusahaan B)	1,08	1,16	1,00	0,89	0,92

Median dari data tersebut sama yakni 1,00 liter. Namun, coba kalian perhatikan bahwa perusahaan A dalam mengemas susu cenderung mengemas dengan isi yang lebih seragam daripada perusahaan B. Ini berarti bahwa keragaman isi kemasan dari perusahaan A lebih kecil daripada perusahaan B. Sekarang kalian telah mengetahui pentingnya belajar ukuran penyebaran.

Berikut diuraikan beberapa ukuran penyebaran.

1. Jangkauan (*Range*)

Ukuran penyebaran data yang paling sederhana adalah mencari selisih data terkecil dengan data terbesar. Hal ini pernah disinggung pada distribusi frekuensi. Dan dirumuskan

2. Jangkauan Antarkuartil (*JAK*)

Jangkauan antar kuartil mengukur penyebaran 50% data di tengah-tengah setelah data diurutkan, dirumuskan

$$JAK = Q_3 - Q_1$$

3. Simpangan Rata-rata

Perhatikan rumus berikut.

a. *Data Tunggal*

Rumus simpangan rata-rata untuk data tunggal sebagai berikut.

$$S_R = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

dengan S_R = simpangan rata-rata

\bar{x} = rata-rata

x = nilai data ke- i

n = banyaknya data



b. Data kelompok

Rumus simpangan rata-rata untuk data kelompok

$$S_R = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

dengan S_R = simpangan rata-rata
 \bar{x} = rata-rata
 x = nilai data ke- i
 f_i = frekuensi data ke- i
 n = banyaknya data

4. Simpangan Baku dan Ragam (variansi)

Perhatikan rumus berikut.

a. Data Tunggal

Rumus ragam dan simpangan baku data tunggal.

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{dan} \quad S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

dengan S^2 = ragam (variansi)
 S = simpangan baku
 \bar{x} = rata-rata
 x = nilai data ke- i
 n = banyaknya data

b. Data Kelompok

Rumus ragam dan simpangan baku data kelompok.

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \quad \text{dan} \quad S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}}$$

dengan S^2 = ragam (variansi)
 S = rata-rata
 \bar{x} = rata-rata
 x_i = nilai tengah data ke- i
 f_i = frekuensi ke- i
 n = banyaknya data



Contoh 2.21

Seorang guru ekonomi melakukan ujian tertulis pada 12 siswanya dan diperoleh nilai sebagai berikut.

Siswa ke- i	Nilai
1	75
2	85
3	55
4	80
5	80
6	75
7	75
8	90
9	95
10	90
11	100
12	85

Hitung range, simpangan rata-rata, simpangan baku, dan variansinya.

Penyelesaian:

- Berdasarkan data tersebut, nilai yang terbesar (maksimum) = 100 dan nilai yang terkecil (minimum) = 55, sehingga rangenya = $100 - 55 = 45$
- untuk menentukan simpangan rata-rata, terlebih dahulu dihitung rata-rata nilai tersebut, selanjutnya dihitung simpangan tiap siswanya. Perhatikan tabel berikut.

Siswa ke- i	Nilai	$ x_i - \bar{x} $	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	75	7,083	-7,083	50,169
2	85	2,917	2,917	8,509
3	55	27,083	-27,083	733,489
4	80	2,083	-2,083	4,339
5	80	2,083	-2,083	4,339
6	75	7,083	-7,083	50,169
7	75	7,083	-7,083	50,169
8	90	7,917	7,917	62,679
9	95	12,917	12,917	166,849
10	90	7,917	7,917	62,679
11	100	17,917	17,917	321,019
12	85	2,917	2,917	8,509



dengan

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{75 + 85 + 55 + 80 + 80 + 75 + 75 + 90 + 95 + 90 + 100 + 85}{12} \\ &= \frac{985}{12} = 82,083\end{aligned}$$

sehingga simpangan rata-ratanya adalah:

$$\begin{aligned}S_R &= \frac{\sum_{i=1}^{12} |x_i - \bar{x}|}{12} \\ &= \frac{(7,083 + 2,917 + \dots + 17,917 + 2,917)}{12} = \frac{105}{12} = 8,75\end{aligned}$$

- c. Berdasarkan tabel pada penyelesaian b, simpangan baku dihitung berdasarkan rumus berikut,

$$\begin{aligned}S &= \sqrt{\frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} (x_i - \bar{x})^2} \\ &= \sqrt{\frac{1522,917}{12}} \\ &= \sqrt{126,9097} = 11,265\end{aligned}$$

Jadi simpangan bakunya adalah 11,265.

- d. variansi merupakan kuadrat dari simpangan baku, sehingga variansinya sebesar 126,9097.

D. Data Pencilan

Pada pengumpulan data terkadang diperoleh beberapa data yang agak berbeda dari data-data lainnya. Misalnya dari suatu hasil ulangan matematika dalam skor 0 sampai dengan seratus, diperoleh sebuah hasil ulangan dengan skor 10 padahal skor-skor lain sekitar 60, 70, 80. Mungkin diperoleh hasil ulangan matematika dengan skor 100. Maka skor 10 atau 100 tersebut merupakan data yang ekstrim atau **data pencilan (outlier)**.



Data-data pencilan dapat juga merupakan data yang penting, karena dapat memberikan informasi yang lebih khusus. Namun terkadang pencilan tersebut akan mengganggu ketika kita menafsirkan data itu. Sebagai contoh, misalnya data nilai Ujian Akhir Nasional pada suatu kelas diperoleh rata-rata 5. Padahal kelas tersebut termasuk kelas yang kebanyakan siswanya pandai. Setelah dicermati ternyata ada 1 siswa yang Ujian Akhir Nasionalnya mendapat nilai 2. Jika dihitung ulang tanpa melibatkan nilai siswa yang mendapatkan 2 itu diperoleh rata-rata 6,5. Dari Kejadian seperti ini nampak bahwa terkadang data-data pencilan dibuang agar tafsiran dari suatu kumpulan data mendekati kebenaran. Untuk melihat data-data pencilan dapat digunakan diagram batang daun dan diagram kotak garis.

Infomedia

Pencilan merupakan Bahasa Jawa, yang bisa berarti lain dari yang lain. Istilah ini kemudian dibakukan menjadi Bahasa Indonesia yang disempurnakan, yaitu "pencil". Jika ditambah awalan ter- menjadi terpencil yang berarti tersendiri atau termarginalkan atau tertinggal.

Sumber: chengkung.multiply.com

1. Penentuan Data Pencilan dengan Diagram Batang Daun

Contoh 2.22

Dari data hasil tes dari 40 siswa berikut ini, selidikilah pencilannya.

67	56	78	52	87	85	57	69	70	77
55	68	94	58	64	68	89	83	53	47
67	78	65	64	60	78	93	14	55	66
78	76	58	88	85	78	76	79	67	51

Penyelesaian:

1	4
2	
3	
4	
5	123556788
6	04456777889
7	0667888889
8	355789
9	34

Dari diagram batang daun terlihat bahwa terdapat celah (*gap*). Dengan demikian terdapat data pencilan yaitu 14.



2. Penentuan Data Pencilan dengan Diagram Kotak Garis

Untuk membuat diagram kotak garis, diperlukan yang disebut dengan **ringkasan lima bilangan**, yaitu data terkecil (x_{min}), Q_1 , Q_2 , Q_3 , dan x_{maks} (data terbesar). Untuk membuat diagram kotak garis diperlukan ketentuan sebagai berikut:

- Nilai data terkecil digambarkan dengan sisi kotak sebelah kiri.
- Q_1 digambarkan dengan sisi kotak sebelah kiri.
- Q_2 digambarkan dengan garis di dalam kotak.
- Q_3 digambarkan dengan sisi kotak sebelah kanan.
- Nilai data terbesar digambarkan oleh ujung garis di sebelah kanan kotak.

Contoh 2.23

Diketahui hasil tes dari 40 siswa adalah sebagai berikut.

67	56	78	52	87	85	57	69	70	77
55	68	94	58	64	68	89	83	53	83
67	78	65	64	60	78	93	14	55	66
78	76	58	88	85	78	76	79	67	51

Buatlah diagram kotak garis dari data tersebut.

Penyelesaian:

Untuk membuat diagram kotak garis maka kita urutkan data terlebih dahulu untuk menentukan ringkasan lima bilangan.

14	51	52	53	55	55	56	57	58	58
60	64	64	65	66	67	67	67	68	68
69	70	76	76	77	78	78	78	78	78
79	83	83	85	85	87	88	89	93	94

Diperoleh:

Nilai data terkecil = 14

Nilai data terbesar = 94

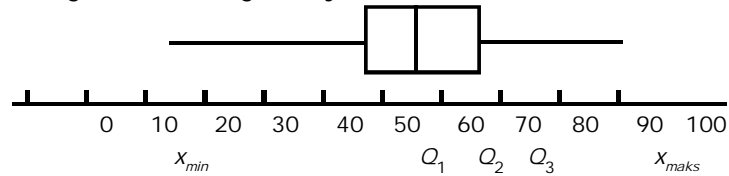
$$Q_1 = \text{data ke-} \frac{1}{4} (40 + 1) = \text{data ke-} 10 \frac{1}{4} = 58 + \frac{1}{4} (60 - 58) = 58,5$$

$$Q_2 = \text{data ke-} \frac{2}{4} (40 + 1) = \text{data ke-} 20 \frac{1}{2} = 68 + \frac{1}{2} (69 - 68) = 68,5$$

$$Q_3 = \text{data ke-} \frac{3}{4} (40 + 1) = \text{data ke-} 30 \frac{3}{4} = 78 + \frac{3}{4} (79 - 78) = 78,75$$



Sehingga diagram kotak garisnya adalah



Terlihat bahwa x_{min} lebih jauh dari kotak dibanding dengan x_{maks} . Hal ini berarti data terkecil yaitu 14 termasuk data pencilan.

3. Penentuan Data Pencilan dengan Pagar Dalam (PD) dan Pagar Luar (PL)

Tentunya kesimpulan yang diambil dari sebuah diagram kotak garis sangatlah subjektif, tergantung pada seseorang dalam menafsirkan diagram tersebut. Untuk itu terdapat cara lain untuk menentukan data pencilan, yaitu dengan menentukan pagar dalam (PD) dan pagar luar (PL). **Semua data merupakan data pencilan jika nilai data tersebut kurang dari PD atau lebih dari PL.**

Untuk menentukan PD dan PL terlebih dahulu dihitung **jangkauan kuartil (JK)** dengan $JK = Q_3 - Q_1$. Selanjutnya dirumuskan:

$$\begin{aligned} PD &= Q_1 - 1,5 JK \\ PL &= Q_3 + 1,5 JK \end{aligned}$$

Bilangan 1,5 JK disebut dengan satu langkah.

Contoh 2.24

Tentukan pencilan dari data pada contoh sebelumnya.

Penyelesaian:

Telah diperoleh nilai $Q_1 = 58,5$ dan $Q_3 = 78,75$
 $JK = 78,75 - 58,5 = 20,25$

$$\begin{aligned} PD &= 58,5 - 1,5 \times 20,25 \\ &= 58,5 - 30,375 = 28,125 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PL &= 78,75 + 1,5 \times 20,25 \\ &= 78,75 + 30,375 = 109,15 \end{aligned}$$

Jadi, data pencilannya adalah 14 karena $14 < 28,125$.

Kegiatan Menulis 2.10



Data-data pencilan terkadang memberikan informasi yang berharga sehingga tidak perlu dibuang. Berilah contoh nyata yang menunjukkan bahwa data-data pencilan memberikan informasi yang berharga.





Latihan 2.5

Selidiki data berikut ini memuat data pencilan atau tidak, dengan ketentuan:

1. Gunakan diagram batang daun.
2. Gunakan diagram kotak garis.
3. Gunakan pagar dalam dan pagar luar.

Data tinggi badan 40 siswa dalam cm.

145 144 139 156 130 147 134 120 132 115
 153 146 103 168 134 127 119 116 151 140
 145 146 132 121 129 154 179 136 142 138
 140 145 140 134 145 125 151 135 148 135



Refleksi

Dari materi ukuran data ini, apakah ada manfaatnya dalam kehidupan kalian sehari-hari? Coba jelaskan pendapat kalian dan diskusikan dengan teman-teman dan guru kalian.



Rangkuman

1. Rataan atau mean merupakan salah satu ukuran untuk memberikan gambaran yang lebih jelas dan singkat tentang sekumpulan data.
2. Rataan hitung disimbolkan dengan \bar{X} . Misalkan $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ adalah sekumpulan data, maka:
 - a. Rataan hitung untuk data tunggal didefinisikan dengan:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

- b. Rataan hitung untuk data berbobot rumusnya:

$$\bar{X} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 + \dots + f_n x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$



- c. Rataan hitung untuk data berkelompok dengan cara sandi (*coding*), rumusnya:

$$\text{Rataan } (\bar{x}) = x_0 + p \frac{\sum_{i=1}^n f_i d_i}{\sum f_i}$$

3. Rataan ukur disimbolkan dengan U .

$U = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \dots \times x_n}$ dengan $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ adalah sekumpulan data.

4. Rataan harmonis disimbolkan dengan H , untuk sekumpulan data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. H didefinisikan dengan:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

5. Median (Me) adalah nilai data yang terletak di tengah. Untuk data berkelompok rumusnya:

$$Me = T_b + p \left(\frac{\frac{n}{2} - F}{f_{Me}} \right)$$

6. Modus (Mo) adalah data atau gejala yang sering. Untuk data berkelompok rumus menentukan modus adalah:

$$Mo = T_b + p \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right)$$

7. Kuartil membagi sekumpulan data menjadi empat bagian yang sama banyak. Pada data berkelompok, rumus yang digunakan adalah:

$$Q_i = T_b + p \left(\frac{\frac{1}{4}n - F}{f_{Q_i}} \right) \text{ dengan } i = 1, 2, 3$$

8. Desil adalah nilai-nilai yang membagi susunan data menjadi 10 bagian yang sama banyak.

- a. Desil pada data tunggal, rumus:

$$D_i = \text{data ke-} \frac{i}{10}(n+1) \text{ dengan } i = 1, 2, 3, \dots, 9 \text{ dan } n \text{ adalah cacah data.}$$



b. Desil pada data kelompok, yaitu:

$$D_i = T_b + p \left(\frac{\frac{i}{10}n - F}{f_{D_i}} \right)$$

9. Persentil adalah nilai-nilai yang membagi susunan data menjadi 100 bagian yang sama banyaknya.

Rumus persentil:

$$P_i = T_b + p \left(\frac{\frac{i}{100}n - F}{f_{P_i}} \right)$$

10. Jangkauan (Range) adalah selisih data terkecil dengan data terbesar.

$$\text{Range} = x_{\max} - x_{\min}$$

11. Jangkauan antarkuartil adalah penyebaran 50% data di tengah-tengah setelah data diurutkan.

$$JAK = Q_3 - Q_1$$

12. Simpangan rata-rata

a. Untuk data tunggal

$$S_R = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

b. Untuk data kelompok

$$S_R = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

13. Simpangan Baku dan Ragam

a. Untuk data tunggal

$$\text{Ragam: } S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$\text{Simpangan Baku: } S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$



b. Untuk data kelompok

$$\text{Ragam: } S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

$$\text{Simpangan Baku: } S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}}$$

14. Penentuan data tidak konsisten (pencilan) dengan pagar dalam (*PD*) dan pagar luar (*PL*) dan terlebih dahulu menentukan jangkauan kuartilnya (*JK*).

$$JK = Q_3 - Q_1 \qquad PL = Q_3 + 1,5 JK$$

$$PD = Q_1 - 1,5 JK$$



Uji Kompetensi

A. Berilah tanda silang (X) pada huruf *a*, *b*, *c*, *d*, atau *e* yang kalian anggap benar.

1.	Berat siswa	42 - 44	45 - 47	48 - 50
	Frekuensi	5	30	15

Dari data di atas, rata-rata berat siswa adalah

- 46,3
 - 46,5
 - 46,6
 - 46,8
 - 47
- Median dari susunan bilangan-bilangan 4, 3, 8, 7, 9, 5 adalah
 - 4
 - 4,5
 - 5,5
 - 6
 - 6,5
 - Jangkauan semi interkuartil dari data 9, 7, 12, 6, 14, 8, 10, 11 adalah
 - 0,75
 - 1,0
 - 1,5
 - 1,75
 - 2,0



- | | | | | |
|-----------|----|----|----|----|
| Data | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Frekuensi | 10 | 12 | 15 | 14 |

a. 4,4 dan 5
b. 4,5 dan 5
c. 4,6 dan 4
d. 4,7 dan 4
e. 5 dan 4

- 
- B

10. Dari daftar frekuensi data-data nilai suatu bidang studi berikut, jangkauan semi interkuartilnya adalah

Nilai	Frekuensi
50	3
53	4
61	5
70	3

- a. 2
b. 4
c. 8
d. 53
e. 61

B. Jawablah pertanyaan berikut dengan benar.

1. Tentukan rata-rata dari data berikut.

Ukuran	Frekuensi
127	5
132	10
137	20
142	12
147	3

2. Tentukan mean, median, dan modus dari data berikut.

Berat Badan	f
50 – 52	4
53 – 55	5
56 – 58	3
59 – 61	2
62 – 64	6

3. Tentukan desil kedua dan kelima dari data berikut.

Berat Badan	f
31	2
37	4
36	3
34	1
41	5
29	4
25	3

4. Kumpulan lima data memiliki mean 2. Kumpulan tujuh data yang lainnya memiliki mean 5. Jika kedua kumpulan data ini digabungkan untuk membentuk suatu kumpulan data tunggal, hitung mean dari data gabungan.
5. Diketahui data 1, 4, 13, 7, 8, 4, x_1 , x_2 yang memiliki mean 6 dan ragam 12,5. Tentukan nilai x_1 dan x_2 .

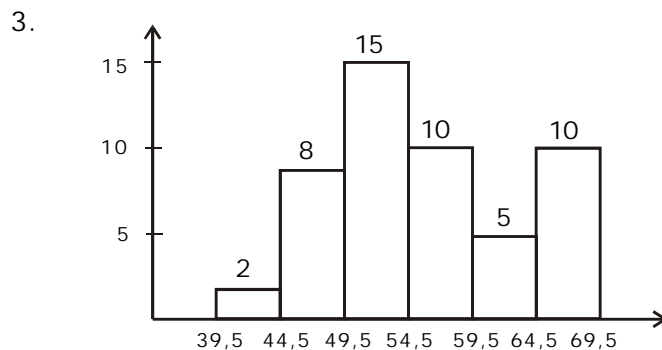


Latihan Semester



A. Berilah tanda silang (X) pada huruf *a*, *b*, *c*, *d*, atau *e* yang kalian anggap benar.

1. Diketahui data berikut: 6, 4, -3, 8, 0, -6, 10, 6. Nilai median dan modusnya adalah
 - a. 6 dan 6
 - b. 6 dan 5
 - c. 5 dan 3
 - d. 5 dan 4
 - e. 5 dan 6
2. Hasil dari suatu pengamatan adalah sebagai berikut: 12, 11, 9, 8, 9, 10, 9, 12. Maka median dari pengamatan tersebut adalah
 - a. 10
 - b. 9,5
 - c. 9
 - d. 8,5
 - e. 8



Rata-rata dari data yang disajikan dengan histrogram di atas adalah

- a. 52,5
 - b. 55,5
 - c. 55,8
 - d. 60,3
 - e. 60,5
4. Dalam satu kelas terdapat siswa sebanyak 21 orang. Nilai rata-rata matematikanya adalah 6. Bila seorang siswa yang paling rendah nilainya tidak diikutsertakan, maka nilai rata-ratanya berubah menjadi 6,2. Dengan demikian nilai siswa yang paling rendah adalah
 - a. 4
 - b. 3
 - c. 2
 - d. 1
 - e. 0



5. Nilai rata-rata ujian 40 orang siswa adalah 5,2. Setelah seorang siswa mengikuti ujian susulan, nilai rata-ratanya menjadi 5,25. Nilai siswa yang mengikuti ujian susulan adalah
- 5,25
 - 6,20
 - 7,10
 - 7,25
 - 7,50
6. Sebanyak 30 siswa kelas XI A mempunyai nilai rata-rata 6,5. 25 siswa kelas XI B mempunyai nilai rata-rata 7 dan 20 siswa kelas XI C mempunyai nilai rata-rata 8, maka rata-rata seluruh siswa tersebut adalah
- 7,16
 - 7,10
 - 7,07
 - 7,04
 - 7,01
7. Nilai rata-rata 11 buah bilangan sama dengan 13. Nilai rata-rata 13 bilangan yang lain sama dengan 11. Dengan demikian nilai rata-rata 24 bilangan tersebut sama dengan
- 11
 - $11\frac{1}{2}$
 - 12
 - $\frac{125}{12}$
 - 13
8. Modus dari deret angka: 1, 2, 2, 3, 3, 7, 7, 7, 9 ialah
- 2 dan 7
 - 3
 - 9
 - 7
 - 1 dan 9
9. Diketahui tiga kelompok data. Kelompok pertama terdiri n_1 data dengan rata-rata \bar{x}_1 , dan kelompok kedua n_2 dengan rata-rata \bar{x}_2 dan kelompok ketiga n_3 dengan rata-rata \bar{x}_3 . Harga rata-rata dari seluruh data dari ketiga kelompok itu ialah
- $\frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3}{3}$
 - $\frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2 + n_3\bar{x}_3}{n_1 + n_2 + n_3}$
 - $\frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3}{n_1 + n_2 + n_3}$
 - $\frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2 + n_3\bar{x}_3}{n_1 \cdot n_2 \cdot n_3}$
 - $3 \left(\frac{\bar{x}_1}{n_1} + \frac{\bar{x}_2}{n_2} + \frac{\bar{x}_3}{n_3} \right)$



10. x_0 adalah rata-rata dari data: x_1, x_2, \dots, x_{10} . Jika data berubah mengikuti pola , dan seterusnya, maka nilai rata-rata menjadi

- a. $\frac{1}{2}x_0 + 11$ d. $x_0 + 11$
b. $\frac{1}{2}x_0 + 12$ e. $x_0 + 12$
c. $\frac{1}{2}x_0 + 20$

11. Diperoleh sampel data sebagai berikut: 6,5; 6,6; 4,0; 5,5; 7,6; 8,5; 7,8. Nilai mediannya adalah

- a. 4,0 d. 6,5
b. 7,8 e. 6,6
c. 7,6

12.

Interval	f
141 - 145	4
146 - 150	7
151 - 155	12
156 - 160	13
161 - 165	10
166 - 170	6
171 - 175	3

Modus dari data pada distribusi frekuensi di samping adalah

- a. 154,25 cm
b. 155,25 cm
c. 156,75 cm
d. 157,17 cm
e. 157,5 cm

13. Modus dari data: 4, 5, 7, 5, 6, 6, 8, 9, 4, 6, 6, 7, 7, 7, 5, 6, 4 adalah

- a. 5 d. 8
b. 6 e. 9
c. 7

14.

Interval	f
47 - 49	2
50 - 53	4
53 - 55	6
56 - 58	5
59 - 61	3
Jumlah	20

Median dari tabel distribusi frekuensi di samping adalah

- a. 55 d. 54
b. 55 e. 63
c. 54



15. Dari daftar distribusi di samping ini diperoleh bahwa

Interval	f
1 - 5	4
6 - 10	15
11 - 15	7
16 - 20	3
21 - 25	1

- median terletak pada kelas ke-3
- banyaknya data seluruhnya 25
- modus terletak pada kelas ke-4
- meannya 10
- panjang kelasnya 5

16. Dari data 8, 8, 7, 9, 6, 10, 8, letak Q_3 adalah pada data ke-
- 2
 - 3
 - 4
 - 5
 - 6

17. Dari data di samping, nilai dari Q_1 , Q_2 , dan Q_3 berturut-turut adalah

Data	Frekuensi
47	1
49	3
50	8
52	5
55	2

- 50, 50, dan 50
- 50, 50, dan 52
- 49, 50, dan 52
- 49, 50, dan 50
- 49, 50, dan 55

18. Tinggi badan siswa kelas XI Bahasa, terdata secara berkelompok seperti tampak pada tabel di samping. Nilai dari Q_3 , adalah

Tinggi Badan	f
145 - 149	2
150 - 154	5
155 - 159	15
160 - 164	10
165 - 169	7
170 - 174	1

- 153
- 163
- 163,5
- 164
- 164,5

19. D_2 dan D_3 untuk data 4, 6, 8, 5, 6, 9, 3, 6, 7, 10, 11 adalah data ke....
- 4,4 dan 10,8
 - 4,4 dan 9,9
 - 4,3 dan 3,3
 - 2,2 dan 9,9
 - 2,4 dan 3,6



20. Data tak terkelompok hasil ulangan matematika kelas XI Bahasa adalah: 7, 7, 9, 8, 6, 5, 6, 8, 7, 10, 5, 8, 8, 5, 10, 6, 8, 5, 7, 7. Dari data tersebut letak D_4 , D_8 dan D_9 berturut-turut adalah

- 8; 16 dan 18
- 8; 16,8 dan 8,9
- 8,4; 16,8 dan 18,9
- 8,4; 16 dan 18
- 8,4; 16 dan 18,9

21.

Nilai	f
50 - 54	7
55 - 59	5
60 - 64	6
65 - 69	2

Dari tabel distribusi frekuensi di samping, besar D_3 adalah

- 53,8
- 53
- 50,8
- 49,5
- 45,5

22.

Tinggi Badan	f
155 - 159	6
160 - 164	13
165 - 169	15
170 - 174	5
175 - 179	1

Tinggi badan siswa kelas XI Bahasa terdata pada tabel distribusi disamping. D_2 dan D_7 dari data tersebut adalah

- 160,27 dan 167,5
- 160,27 dan 164,5
- 159,5 dan 160,27
- 167,5 dan 175,5
- 167,5 dan 172,5

23. Diketahui data nilai ujian nasional untuk mata pelajaran ekonomi, sebagai berikut.

7, 6, 8, 5, 9, 8, 6, 7, 7, 8, 5, 7, 9, 6, 6, 7, 9, 8, 5, 5

Dari data tersebut, nilai jangkauannya adalah

- 5
- 4
- 3
- 2
- 1

24. Langkah (L) dan pagar dalam (PD) dari data: 3, 5, 10, 2, 8, 10, 13, 15, 6, 8, 9, 10, 29, 25, 5, 9 adalah

- 7 dan -5,25
- 7 dan 22,75
- 10,5 dan 7
- 10,5 dan -5,25
- 10,5 dan 22,75

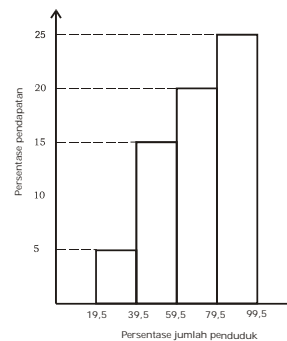


25. Diketahui data: 5, 2, 8, 9, 4, 10, 9, 3, 6. Besar jangkauan (J) dan jangkauan semi interkuartil (Q_d) adalah
- 2,75 dan 6,25
 - 2,75 dan 5,5
 - 8 dan 5,5
 - 8 dan 6,12
 - 8 dan 2,75

B. Jawablah pertanyaan berikut dengan benar.

1. Suatu data tunggal terbesar sebagai berikut.
12, 16, 21, 31, 36, 26, 37, 19, 34, 24, 27, 23, 32, 28, 28, 21, 26, 22, 24, 29, 17, 24, 14, 33, 39, 27, 18, 22, 29, 35, 30, 29, 13, 20, 40, 35, 30, 25, 25, 27.
- Tentukan nilai Q_1 , Q_2 , dan Q_3 dari data tersebut.

2. Histogram berikut ini merupakan distribusi pendapatan per kapita. Dari histogram di bawah, tentukan D_3 , D_5 , dan D_7 .



3. Pendapatan per kapita suatu negara berkaitan erat dengan sosial, ekonomi dan lingkungan negara. Penduduk negara dengan pendapatan perkapita tinggi memiliki harapan hidup lebih lama. Berikut data harapan hidup (tahun) negara-negara di Asia Tenggara dan Pasifik:
79, 59, 54, 70, 79, 63, 65, 81, 73, 72, 58, 77, 62, 58, 69, 77, 73, 72, 68.

Dari data-data tersebut, tentukan besarnya:

- Q_1 , Q_2 , Q_3
- H , Q_d , L

4.

Nilai	f
40 - 45	3
46 - 51	5
52 - 57	12
58 - 63	13
	5

Perhatikan daftar nilai ulangan akuntansi kelas XI B Bahasa di samping.

Tentukan:

- H
- PD
- PL



Bab

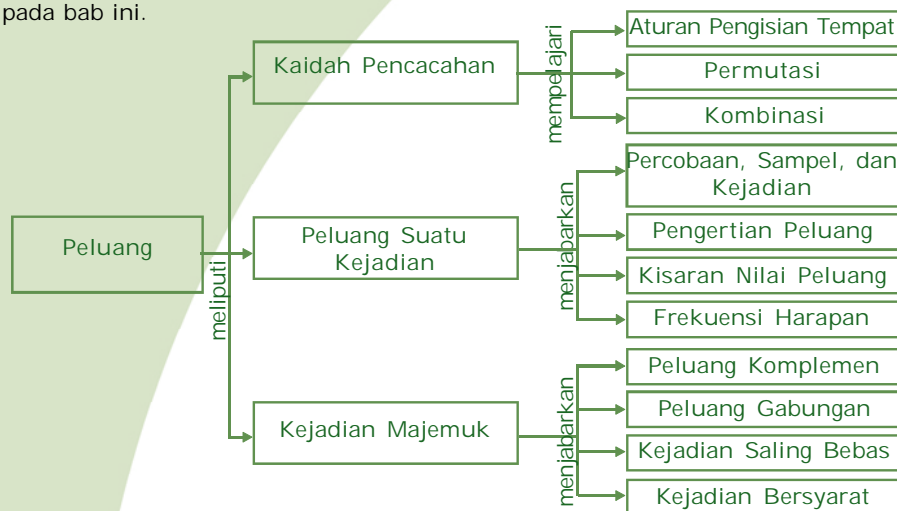
3

Peluang

Pernahkah kalian menyaksikan atau membaca data tentang bagaimana kondisi cuaca suatu daerah? Hujan, berawan, atau cerah dapat diperkirakan sebelumnya menggunakan teori peluang. Bahkan penurunan sifat dari penyilangan gen-gen induk yang mempunyai dua sifat berbeda, dapat diperkirakan dengan teori peluang.

Pada bab ini kalian akan mempelajari peluang yang terkadang tanpa kita sadari telah kita terapkan dalam kehidupan sehari-hari. Beberapa dasar dalam mempelajari peluang misalnya harus memahami sifat dan aturan penjumlahan, perkalian, permutasi, kombinasi dan pemecahannya, serta menentukan sampel, peluang kejadian, dan menafsirkannya.

Peta konsep berikut memudahkan kalian dalam mempelajari seluruh materi pada bab ini.

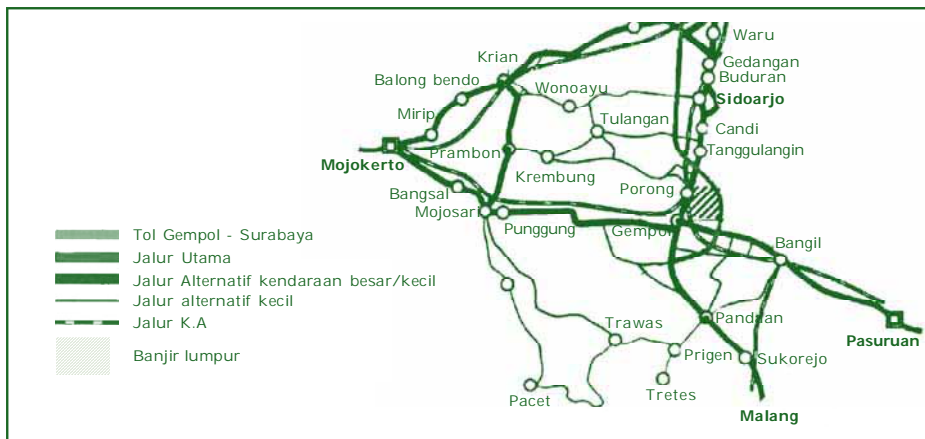


Dalam bab ini terdapat beberapa **kata kunci** yang perlu kalian ketahui.

1. Permutasi
2. Kombinasi
3. Sampel
4. Peluang



Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering dihadapkan pada permasalahan menentukan atau mengukur ketidakpastian (kemungkinan). Sebagai contoh seseorang akan melakukan perjalanan dari Mojokerto ke Malang setelah terjadi banjir lumpur di porong Sidoarjo. Untuk menghindari lumpur, orang itu dapat memilih apakah menggunakan jalur alternatif selain jalur utama. Demikian juga pada saat pengumuman kelulusan. Seorang siswa yang menantikan pengumuman mempunyai dua kemungkinan, yaitu lulus atau tidak lulus. Untuk memperdalam materi pada bab ini, pelajailah kembali materi peluang di kelas IX SMP.



Sumber: img514.imageshack.us

Gambar 3.1 Peta jalur alternatif akibat banjir lumpur di Porong-Sidoarjo.

A. Kaidah Pencacahan (*Counting Rules*)

Pernahkan kalian diminta untuk menyusun sebuah tim sepakbola atau bola basket dalam *class meeting* yang anggotanya teman-teman kalian? Dari sekitar 40 anak, kalian akan memilih 11 orang untuk tim sepak bola atau 5 orang untuk tim basket. Persoalan susunan seperti itu menjadi dasar konsep kombinatorik yang akan membantu kita memecahkan objek-objek dalam suatu himpunan. Untuk menyelesaikan persoalan kombinatorik perlu diketahui dua prinsip himpunan dasar yaitu prinsip penjumlahan dan perkalian. kaidah pencacahan ini menggunakan dua prinsip dasar yaitu prinsip (aturan) penjumlahan dan aturan perkalian.



1. Aturan Penjumlahan

Pada aturan penjumlahan bila suatu himpunan S terbagi ke dalam himpunan-himpunan bagian yaitu $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$, maka jumlah unsur yang berada di dalam himpunan S sama dengan jumlah semua unsur yang ada dalam setiap himpunan bagian dari S atau dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n$$

Namun demikian prinsip di atas tidak berlaku jika ada diantara himpunan-himpunan bagian tersebut yang anggotanya saling tindih.

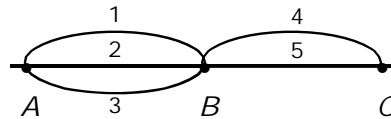
Sebagai contoh aturan penjumlahan adalah bila kita bermaksud membeli handphone. Di toko, kita menemukan ada handphone merek A dengan 4 macam model, merek B dengan 3 macam model, dan merek C ada 5 macam model. Jadi kita akan membeli handphone di toko itu, maka kita memiliki $5 + 4 + 3 = 12$ macam model handphone. Jadi banyak model handphone di toko itu ada 5 model A + 4 model B + 3 model C = 12 model.

2. Aturan Perkalian

Misalkan kota A dan B dihubungkan dengan 3 jalan, sedangkan antara kota B dan C dihubungkan dengan 2 jalan. Maka banyak rute perjalanan dari kota A ke kota B dan dilanjutkan perjalanan B ke C adalah $3 \times 2 = 6$ rute. Prinsip inilah yang disebut prinsip perkalian.

Sesuai aturan penjumlahan, diperoleh banyak rute perjalanan dari A ke B atau dari B ke C adalah $3 + 2 = 5$ rute.

- Rute 2 terlihat lebih pendek dari rute 1 dan 3, apakah rute 2 akan ditempuh dalam waktu lebih cepat?
- Faktor apakah yang harus dipertimbangkan ketika akan memilih rute suatu perjalanan?



Prinsip dasar dalam aturan pengisian tempat

Jika suatu kejadian dapat terjadi dengan n_1 cara, kejadian kedua dapat terjadi dengan n_2 cara, kejadian ketiga dapat terjadi dengan n_3 cara, dan seterusnya maka kejadian-kejadian dengan urutan yang demikian dapat terjadi dengan $(n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots)$ cara.



Catatan:

Aturan penjumlahan ditandai dengan kata “atau”

Aturan perkalian ditandai dengan kata “dan”

Perhatikan contoh berikut.

Contoh 3.1

1. Sebuah dadu bermata enam dan uang logam dilempar secara bersamaan. Berapa banyak hasil yang mungkin terjadi?

Penyelesaian:

Dadu dapat terjadi dengan 6 cara, yaitu dapat muncul angka 1, 2, 3, 4, 5, dan 6. Sedangkan uang logam dapat terjadi dengan 2 cara, yaitu dapat muncul angka (A) dan gambar (G). Berdasarkan prinsip di atas, banyaknya cara hasil yang mungkin adalah $(6 \times 2) = 12$ cara yang berlainan, yaitu: {1G, 1A, 2G, 2A, 3G, 3A, 4G, 4A, 5G, 5A, 6G, 6A}. Lihat tabel.

Koin Dadu	A	G
1	1A	1G
2	2A	2G
3	3A	3B
4	4A	4B
5	5A	5B
6	6A	6B



Sumber: Dok. Penerbit

Gambar 3.2 Dadu



Sumber: Dok. Penerbit

Gambar 3.3 Uang logam

2. Dengan angka-angka 2, 3, 4, 5, 6, dan 7 dibuat bilangan yang terdiri atas 3 angka yang berlainan. Berapa banyak bilangan ganjil berlainan yang dapat dibuat?

Penyelesaian:

Tiga angka berarti dibuat terlebih dahulu tiga kotak, yaitu ratusan, puluhan, dan satuan.



Ratusan	Puluhan	Satuan
4 angka	5 angka	$\left. \begin{array}{c} 3 \\ 5 \\ 7 \end{array} \right\} 3 \text{ angka}$

Karena yang diinginkan adalah bilangan ganjil maka kotak satuan hanya dapat diisi oleh angka-angka ganjil (mengapa?) yaitu 3, 5, dan 7 (3 cara) sedang kotak puluhan dapat diisi dengan 5 angka karena 1 angka telah dipilih untuk mengisi satuan. Selanjutnya kotak ratusan dapat diisi dengan 4 cara (mengapa?) Jadi, banyaknya bilangan ganjil yang terdiri atas 3 angka berbeda dari angka-angka 2, 3, 4, 5, 6, dan 7 adalah $(4 \times 5 \times 3) = 60$ bilangan.



Latihan 3.1

1. Dari kota X ke kota Y terdapat 4 jalan berlainan yang dapat ditempuh. Dari kota Y ke kota Z terdapat 5 jalan yang dapat ditempuh. Berapa banyak jalan berlainan yang dapat ditempuh dari kota X ke kota Z melalui kota Y ?
2. Di dalam almari terdapat 5 baju, 3 celana panjang, dan 2 pasang sepatu. Ada berapa pasangan baju, celana panjang, dan sepatu yang dapat dipakai?
3. Berapa banyak bilangan berbeda yang terdiri atas tiga angka dapat disusun dari angka-angka 1, 2, 3, 5, 6, dan 8 dengan nilai kurang dari 500?
4. Terdapat 5 orang laki-laki dan 4 orang wanita sebagai calon panitia yang terdiri atas ketua, sekretaris dan bendahara. Ketentuan yang harus dipenuhi adalah ketua harus laki-laki, sekretaris harus wanita, dan bendahara boleh laki-laki atau wanita. Berapa banyak susunan panitia yang dapat dibentuk?
5. Dari empat angka 1, 2, 3, dan 4 dibentuk beberapa bilangan. Berapa banyak bilangan yang terbentuk dengan nilai masing-masing lebih dari 1.000?



3. Permutasi

Kaidah pencacahan yang kedua adalah permutasi. Namun sebelum membahas lebih lanjut tentang permutasi, akan diulas kembali definisi dan notasi faktorial.

a. Definisi dan Notasi Faktorial

Di suatu kelurahan, becak yang beroperasi diberi nomor kombinasi dari empat angka 1, 2, 3, dan 4. Setiap angka hanya digunakan sekali. Petugas kelurahan membuat diagram sebagai berikut untuk menghitung nomor becak yang mungkin

Ribuan	Ratusan	Puluhan	Satuan
1, 2, 3, 4 (4 angka)	3 angka	2 angka	1 angka

Pada nilai ribuan dapat digunakan empat angka, ratusan tiga angka, puluhan dua angka, dan satuan satu angka. Sesuai dengan prinsip pencacahan pertama, akan terdapat $4 \times 3 \times 2 \times 1$ atau 24. Dengan demikian, akan terdapat 24 nomor becak berlainan di kelurahan tersebut.

- 1) Tuliskan semua nomor becak di atas.
- 2) Apakah yang harus dilakukan apabila terdapat becak baru di kelurahan tersebut?

Perkalian bilangan asli berturut-turut dari n sampai dengan 1 atau sebaliknya disebut faktorial yang dinotasikan dengan $n!$. Dalam notasi matematika, nilai n faktorial dapat didefinisikan sebagai berikut.

Untuk setiap bilangan asli $n \geq 2$, nilai n faktorial didefinisikan:
 $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$
 $0! = 1$ dan $1! = 1$

Infomedia

Faktorial didefinisikan sebagai:

$$n! = \prod_{k=1}^n k, \text{ untuk semua } n \geq 2; 0! = 1 \text{ dan } 1! = 1$$

Sumber: id.wikipedia.org

Contoh 3.2

1. Hitunglah nilai dari $5!$ dan $3!$.

Penyelesaian:

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$



2. Tentukan nilai dari:

a. $3! \times 2!$

b. $\frac{6!}{4!}$

Penyelesaian:

a. $3! \times 2! = (3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 12$

b. $\frac{6!}{4!} = \frac{(6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)}{(4 \times 3 \times 2 \times 1)} = 30$

Menggunakan Kalkulator Scientific

$5! \Rightarrow$ 5 shift x^{-1} =

$3! \times 2! \Rightarrow$ 3 shift x^{-1} x 2

shift x^{-1} =

$\frac{6!}{4!} \Rightarrow$ 6 shift x^{-1} : 4

shift x^{-1} =

3. Nyatakan dengan notasi faktorial.

a. $9 \times 8 \times 7$

b. 4×6

Penyelesaian:

a. $9 \times 8 \times 7 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{9!}{6!}$

b. $4 \times 6 = \frac{(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)}{(3 \times 2 \times 1) \times (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)} = \frac{4! \times 6!}{3! \times 5!}$

4. Diketahui $n! = 6n(n - 3)!$

Tentukan nilai n yang memenuhi kalimat di atas.

Penyelesaian:

$$n! = 6n(n - 3)!$$

$$n(n - 1)(n - 2)(n - 3)! = 6n(n - 3)!$$

$$(n - 1)(n - 2) = 6$$

$$n^2 - 3n + 2 = 6$$

$$n^2 - 3n - 4 = 0$$

$$(n - 4)(n + 1) = 0$$

$$n = 4 \text{ atau } n = -1$$

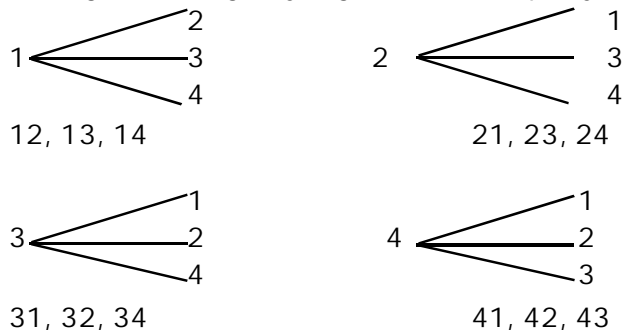
Jika disimpulkan nilai n yang memenuhi adalah $n = 4$ atau $n = -1$, apakah pernyataan di atas bernilai benar? Jawabnya adalah salah karena untuk notasi faktorial disyaratkan n adalah bilangan asli dan didefinisikan $0! = 1$ dan $1! = 1$



b. Definisi dan Notasi Permutasi dari Unsur-unsur yang Berbeda

Andaikan pada penomoran becak dari empat angka (1, 2, 3, dan 4) hanya akan dibuat nomor yang hanya terdiri atas dua angka yang berbeda. Berapa becak yang dinomori? Perhatikan diagram berikut.

Pada diagram berikut, yang menempati tempat pertama ada 4 kemungkinan yaitu 1, 2, 3, atau 4. Sedangkan pada tempat kedua terdapat 3 kemungkinan angka yang belum mempunyai tempat.



Jadi, banyak nomor yang terdiri atas 2 angka yang berbeda dari 4 angka yang tersedia adalah 12 nomor.

$$12 = \frac{24}{12} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = \frac{4!}{(4-2)!}$$

Susunan k unsur dari n unsur yang berlainan dengan $k \leq n$ disebut **permutasi k unsur dari n unsur**, yaitu urutan berlainan k unsur yang diambil dari n unsur. Banyak permutasi k unsur dari n unsur dilambangkan dengan notasi ${}_nP_k$ atau $P(n,k)$ atau P_k^n yang didefinisikan:

$$P(n,k) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Bukti:

Jika $P(n,k)$ adalah banyaknya cara pengisian n tempat yang tersedia yang diambil dari k unsur yang berbeda, maka cara pengisiannya dapat dilihat pada diagram berikut.

	Tempat ke-1	Tempat ke-2	Tempat ke- k
Banyaknya cara	n	$(n-1)$	$(n-k+1)$



Ada n cara untuk mengisi tempat pertama, $(n - 1)$ cara untuk mengisi tempat kedua, $(n - 2)$ cara untuk mengisi tempat ketiga, dan seterusnya $(n - k + 1)$ cara untuk mengisi tempat ke- k . Ingat kembali penggunaan kaidah pencacahan k unsur dari n unsur adalah:

$$\begin{aligned} P(n, k) &= n(n-1)(n-2)(n-3) \dots (n-k+1) \\ &= n(n-1)(n-2)(n-3) \dots (n-k+1) \times \frac{(n-k)(n-k-1) \dots \times 2 \times 1}{(n-k)(n-k-1) \dots \times 2 \times 1} \\ &= \frac{n(n-1)(n-2)(n-3) \dots 3 \times 2 \times 1}{(n-k)(n-k-1) \dots \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{n!}{(n-k)!} \end{aligned}$$

Contoh 3.3

1. Dengan menggunakan rumus permutasi, tentukan nilai dari:
 - a. $P(6, 3)$
 - b. $P(5, 3) \times P(4, 2)$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. } P(6, 3) &= \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 120 \\ \text{b. } P(5, 3) \times P(4, 2) &= \frac{5!}{(5-3)!} \times \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{5!}{2!} \times \frac{4!}{2!} = 60 \times 12 = 720 \end{aligned}$$

2. Pihak pengelola perusahaan memerlukan 3 staf untuk menduduki posisi ketua, sekretaris, dan bendahara. Jika tersedia 8 calon, berapa banyaknya susunan staf pengurus yang mungkin?

Penyelesaian:

Susunan seperti ketua, sekretaris, dan bendahara perlu diperhatikan urutannya. Oleh karena itu, masalah tersebut merupakan masalah permutasi 3 unsur (ketua, sekretaris, bendahara) dari 8 unsur yang tersedia (banyaknya calon).

Banyak kemungkinan susunan staf pengurus:

$$P(8, 3) = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 336$$

Jadi, banyaknya staf pengurus yang dapat dibentuk adalah 336 susunan.

c. Permutasi dengan Beberapa Unsur yang Sama

Jika dari n unsur terdapat p unsur yang sama dari satu jenis, q unsur yang sama dari jenis, r unsur yang sama dari satu jenis, dan seterusnya, maka:



$$P(n,p,q,r,\dots) = \frac{n!}{p! q! r! \dots}$$

Contoh 3.4

Ada berapa carakah dapat disusun kata-kata:

- a. KATAK b. MATEMATIKA

Penyelesaian:

- a. KATAK

Ada 2 huruf K yang sama, maka $p = 2$.

Ada 2 huruf A yang sama, maka $q = 2$.

$$\text{Jadi, } P(5,2,2) = \frac{5!}{2! 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 2 \times 1} = 30$$

- b. MATEMATIKA

Ada 2 huruf M yang sama, maka $p = 2$

Ada 3 huruf A yang sama, maka $q = 3$

Ada 2 huruf T yang sama, maka $r = 2$

$$P(10,2,3,2) = \frac{10!}{2! 3! 2!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1} = 151.200$$

d. Permutasi Siklis (Melingkar)

Misalkan tersedia n unsur yang berbeda. Permutasi siklis dari n unsur dilambangkan dengan notasi $P_{siklis}(n)$ dan banyaknya permutasi dapat ditentukan dengan rumus:

$$P_{siklis}(n) = \frac{n!}{n} = (n-1)!$$

Contoh 3.5

Suatu pertemuan dihadiri 5 orang dengan posisi duduk mereka melingkar. Berapakah banyak susunan posisi duduk yang mungkin?

Penyelesaian:

$$P_{siklis}(5) = (5 - 1)! = 4! = 24$$

Jadi, susunan posisi duduk yang mungkin ada 24 cara.

Dalam kehidupan sehari-hari, permutasi sering digunakan misalnya banyak cara dalam menentukan plat nomor kendaraan, atau pembuatan nomor pin ATM, dan lain-lain. Coba kalian cari contoh penerapan permutasi dalam kehidupan sehari-hari.



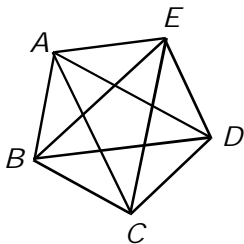


Latihan 3.2

- Nyatakan perkalian berikut dalam bentuk faktorial.
 - $15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11$
 - $\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2}$
- Tentukan nilai n .
 - $\frac{n!}{(n-2)!} = 3.080$
 - $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 56$
- Tentukan nilai n .
 - $P(n, 2) = 72$
 - $P(n, 4) = P(n+1, 3)$
 - $P(n+2, n) = 60$
- Berapakah banyak cara 10 orang duduk pada suatu tempat yang hanya dapat diduduki oleh 3 orang?
- Berapakah banyak susunan huruf berbeda dapat dibuat dari huruf-huruf pada kata di bawah ini?
 - SURABAYA
 - KOMODO
 - INDONESIA
 - YOGYAKARTA
 - BAGANSIPIAPI
- Suatu gedung mempunyai lima pintu masuk. Tiga orang hendak memasuki gedung tersebut. Berapa banyak cara dapat ditempuh agar mereka dapat memasuki gedung dengan pintu yang berlainan?

4. Kombinasi

Dalam suatu ruangan terdapat 5 orang yang belum saling mengenal. Apabila mereka berkenalan dengan berjabat tangan sekali dengan setiap orang, berapa banyak jabat tangan yang terjadi?



Misal A , B , C , D , dan E adalah orang yang dimaksud. Diagram di samping melukiskan peristiwa jabat tangan tersebut.

- A berjabat tangan dengan B , C , D , dan E .
- Berapa kali A berjabat tangan dengan E ?
 - Berapa kali E berjabat tangan dengan A ?
 - Apakah keduanya berjabat tangan dua kali?



A berjabat tangan dengan E sama artinya dengan E berjabat tangan dengan A. Karena itu, seluruhnya terdapat 10 jabat tangan.

$$10 = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{5!}{2!(3!)} = \frac{5!}{2!(5-2)!}$$

Kombinasi adalah suatu kumpulan unsur tanpa memperhatikan urutannya. Dari suatu himpunan dengan n anggota dapat dibentuk himpunan bagian dengan k unsur (untuk $k \leq n$). Setiap himpunan bagian yang terbentuk merupakan kombinasi k unsur dari n unsur. Banyak kombinasi k unsur dari n unsur sering dinotasikan dengan lambang ${}_nC_k$, $C(n,k)$, C_k^n , atau $\binom{n}{k}$. Selanjutnya dalam buku ini notasi yang digunakan untuk menyatakan kombinasi adalah $C(n,k)$.

Untuk menghitung banyak kombinasi k unsur dari n unsur yang tersedia dapat digunakan rumus:

$$C(n,k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Di dalam kehidupan sehari-hari kita dapat menggunakan konsep kombinasi ini misalnya ketika menentukan banyaknya cara mengambil beberapa bola dari sejumlah bola di kotak, memilih tim basket sekolah, atau memilih ketua OSIS dari sejumlah calon. Cobalah cari contoh yang lain dari penerapan konsep kombinasi ini.

Contoh 3.6

1. Hitunglah nilai dari:

a. $C(5,3)$ b. $C(6,2)$

Penyelesaian:

$$\text{a. } C(5,3) = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1} = 10$$

$$\text{b. } C(6,2) = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 15$$

2. Sebuah kantong memuat 5 bola merah, 3 bola hijau, dan 4 bola biru. Tiga bola diambil secara acak. Berapa banyak cara pengambilan bola jika bola yang diambil adalah:

- ketiganya berwarna merah
- dua merah dan satu hijau

Menggunakan Kalkulator Scientific					
5	shift	nCr	8	=	
6	shift	nCr	3	=	



- c. ketiganya berbeda warna
- d. dua kelereng yang terambil berwarna hijau.

Penyelesaian:

- a. Banyaknya cara pengambilan ketiga bola berwarna merah adalah:

$$C(5,3) = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1} = 10 \text{ cara}$$

- b. Banyaknya cara pengambilan agar terambil 2 merah dan 1 hijau adalah:

$$\begin{aligned} C(5,2) \times C(3,1) &= \frac{5!}{2!(5-2)!} \times \frac{3!}{1!(3-1)!} \\ &= \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 1} = 30 \text{ cara} \end{aligned}$$

- c. Banyaknya cara pengambilan agar ketiganya berbeda warna (1 merah, 1 hijau, dan 1 biru) adalah:

$$\begin{aligned} C(5,1) \times C(3,1) \times C(4,1) &= \frac{5!}{1!(5-1)!} \times \frac{3!}{1!(3-1)!} \times \frac{4!}{1!(4-1)!} \\ &= \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 1} \times \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 3 \times 2 \times 1} \\ &= 60 \text{ cara} \end{aligned}$$

- d. Banyaknya cara pengambilan agar kelereng yang terambil dua diantaranya berwarna hijau adalah:

$$\begin{aligned} C(3,2) \times C(5,1) &= \frac{3!}{2!1!} \times \frac{5!}{1!5!} \\ &= 3 \times 5 = 15 \text{ cara} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C(3,2) \times C(4,1) &= \frac{3!}{2!1!} \times \frac{4!}{1!3!} \\ &= 3 \times 4 = 12 \text{ cara} \end{aligned}$$

Jika disimpulkan banyaknya cara ada 15×12 cara, benarkah pernyataan itu? Jawabnya salah karena seharusnya ada $15 + 12 = 27$ cara.

Kegiatan Menulis 3.1



Dengan kata-kata sendiri, jelaskan perbedaan dan persamaan antara permutasi dan kombinasi.





Latihan 3.3

1. Tentukan nilai-nilai kombinasi berikut ini.
 - a. $C(6,2)$
 - b. $C(20,3)$
 - c. $C(11,6)$
 - d. $C(15,4)$
 - e. $C(7,3) \times C(8,4)$
 - f. $C(10,2) : C(7,4)$
2. Berapa banyak cara dapat disusun suatu regu cerdas cermat yang terdiri atas 3 anak yang dibentuk dari 10 anak yang ada?
3. Diketahui himpunan $P = \{a, b, c, d, e\}$. Tentukan banyaknya himpunan bagian dari P yang terdiri atas 2 elemen.
4. Ada berapa cara regu Pramuka yang terdiri atas 3 pria dan 3 wanita dapat dipilih dari 5 pria dan 4 wanita?
5. Tiga bola diambil dari sebuah kotak yang berisi 6 bola putih dan 5 bola kuning. Berapa banyak cara pengambilan bola tersebut jika yang terambil adalah:
 - a. semuanya berwarna putih
 - b. semuanya berwarna kuning
 - c. dua putih dan 1 kuning

B. Peluang Suatu Kejadian

Dalam kehidupan sehari-hari banyak kejadian yang terjadi di luar kendali manusia. Oleh sebab itu, manusia hanya bisa melakukan sesuatu sebaik mungkin dan hanya mampu menaksir kemungkinan yang akan terjadi. Sebagai contoh skor akhir pada pertandingan sepak bola. Setiap kali kita berhadapan dengan permasalahan di luar pengaruh kita, kita hanya bisa menaksir peluang kejadian yang akan muncul.



Sumber: i3.photobucket.com

Gambar 3.4 Pertandingan sepak bola

Sebelum melangkah lebih jauh, kita mulai dulu dengan pengertian percobaan, ruang sampel, dan kejadian.

1. Pengertian Percobaan, Ruang Sampel, dan Kejadian

Ambil sebuah koin, kemudian lemparkan ke udara dan biarkan mendarat di lantai atau meja.



- Mungkinkah terdapat kejadian lain selain muncul gambar atau angka?
- Ada berapa kejadian yang mungkin muncul?

Percobaan adalah suatu tindakan atau kegiatan yang dapat diulang dengan keadaan yang sama untuk memperoleh hasil tertentu. Himpunan dari semua hasil percobaan disebut **ruang sampel** dan dinotasikan dengan **S**. Himpunan bagian dari ruang sampel disebut **kejadian pada ruang sampel** atau sering disebut dengan **kejadian** saja. Sedangkan anggota-anggota dalam ruang sampel disebut **titik sampel**.

Contoh 3.7

Pada suatu percobaan melempar sebuah dadu, A adalah kejadian muncul bilangan ganjil dan B adalah kejadian muncul bilangan kelipatan 3. Nyatakan berikut ini dalam sebuah himpunan.

- Ruang sampel
- Kejadian A
- Kejadian B

Penyelesaian:

Sebuah dadu mempunyai enam sisi permukaan yang masing-masing bernomor 1, 2, 3, 4, 5, dan 6. Jadi, permukaan yang muncul nanti adalah salah satu dari sisi yang bernomor 1 sampai dengan 6 tersebut.

Pada percobaan ini:

- ruang sampel $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- kejadian $A = \{1, 3, 5\}$
- kejadian $B = \{3, 6\}$

2. Pengertian Peluang Suatu Kejadian

Jika kejadian A dapat terjadi dengan k cara dari n cara, maka nilai kemungkinan (probabilitas) terjadinya kejadian A yang dinotasikan $P(A)$ adalah:

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

Jika dikaitkan dengan ruang sampel, maka peluang kejadian A

dapat dinyatakan sebagai $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$, dengan:



$P(A)$ adalah peluang kejadian A
 $n(A)$ adalah banyak anggota dalam kejadian A
 $n(S)$ adalah banyak anggota ruang sampel

Contoh 3.8

- Dua buah mata uang dilempar bersamaan. Dalam sekali lemparan, tentukan:
 - peluang kejadian muncul satu angka,
 - peluang kejadian munculnya kedua gambar.

Penyelesaian:

Pada percobaan ini ruang sampelnya $S = \{AA, AG, GA, GG\}$, jadi $n(S) = 4$

- Peluang kejadian muncul satu angka:

$$A = \{AG, GA\}, n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

- Peluang kejadian munculnya kedua gambar:

$$B = \{GG\}, n(B) = 1$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{1}{4}$$

Sudut Matematika

Menumbuhkan Sikap Kritis Siswa

Seiring kita mendengar "Di dunia ini tak ada yang tak mungkin". Benarkah pernyataan itu? Kemukakan pendapat kalian.

- Sebuah kotak berisi 5 kelereng biru dan 3 kelereng merah. Dua kelereng diambil sekaligus dari kotak secara acak. Berapa peluang:
 - terambil kelereng biru semua
 - terambil kelereng keduanya berbeda warna

Penyelesaian:

Pengambilan 2 kelereng dari 8 kelereng di dalam kotak adalah permasalahan kombinasi. Jadi, banyaknya anggota ruang sampel ditentukan dengan:

$$n(S) = C(8,2) = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 28.$$

- Misalkan A kejadian terambil kelereng biru semua (2 biru), berarti:

$$n(A) = C(5,2) = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} = 10$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$$



- b. Misalkan B adalah kejadian terambil kelereng berbeda warna (1 biru dan 1 merah), berarti:

$$n(B) = C(5,1) \times C(3,1)$$

$$= \frac{5!}{1!(5-1)!} \times \frac{3!}{1!(3-1)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 1} = 15$$

$$P(B) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{28}$$

3. Kisaran Nilai Peluang

Misal kita melempar sebuah dadu bermata enam. Misal A adalah kejadian munculnya angka 6 atau kurang dan B adalah kejadian munculnya angka 7.

- Apakah A pasti terjadi?
- Apakah B akan terjadi juga?
- Hitunglah $P(A)$ dan $P(B)$ kemudian amati hasilnya.

Kisaran (batas-batas) nilai peluang kejadian A pastilah antara 0 dan 1 ($0 \leq P(A) \leq 1$) atau terletak dalam $[0,1]$. Kejadian dengan peluang 0 dinamakan kejadian yang mustahil terjadi atau tidak mungkin terjadi (kemustahilan), sedangkan kejadian dengan peluang 1 dinamakan kejadian yang pasti terjadi (suatu kepastian).

4. Frekuensi Harapan Suatu Kejadian

Frekuensi harapan suatu kejadian dari sebuah percobaan yang dilakukan sebanyak n kali didefinisikan sebagai berikut.

Misalkan A adalah suatu kejadian pada ruang sampel S dengan peluang $P(A)$. Frekuensi harapan munculnya kejadian A yang dinotasikan $F_{har}(A)$ dalam n kali percobaan dirumuskan dengan $F_{har}(A) = n \times P(A)$.

Contoh 3.9

Peluang seorang siswa lulus ujian adalah $\frac{1}{2}$. Jika di suatu sekolah terdapat 100 siswa yang ikut ujian, berapa frekuensi harapan siswa-siswa di sekolah itu lulus ujian?

Penyelesaian:

$$P(\text{lulus ujian}) = \frac{1}{2} \rightarrow F_{har}(\text{lulus ujian}) = 100 \times \frac{1}{2} = 50$$

Jadi, dari 100 orang siswa yang ikut ujian diperkirakan lulus 50 orang.



Kegiatan Menulis 3.2



Pada contoh sebelumnya dikatakan $P(\text{lulus ujian}) = \frac{1}{2}$.
Sebutkan dan jelaskan faktor yang paling berpengaruh pada besarnya peluang seorang untuk lulus ujian.



Latihan 3.4

1. Pada pelemparan dua dadu berwarna biru dan hijau, A adalah kejadian mata dadu yang muncul berjumlah 9 dan B adalah kejadian mata dadu yang muncul jumlahnya kurang dari 6.
 - a. Buatlah tabel untuk menunjukkan ruang sampel dan tentukan banyak anggota ruang sampel tersebut.
 - b. Tentukan himpunan A dan B.
 - c. Tentukan peluang kejadian A dan B.
2. Di dalam sebuah kotak terdapat sembilan kartu yang bernomor 1 sampai dengan 9. Kemudian diambil satu kartu secara acak. Tentukan peluang terambilnya:
 - a. kartu dengan angka ganjil,
 - b. kartu dengan angka bilangan prima,
 - c. kartu dengan angka kelipatan 3.
3. Sebuah kantong berisi 8 kelereng merah, 5 kelereng biru, dan 4 kelereng hijau. Jika diambil 3 kelereng secara acak, tentukan peluang terambil:
 - a. semua biru,
 - b. 2 merah dan 1 hijau,
 - c. berbeda warna.
4. Sebuah kartu diambil dari seperangkat kartu *bridge*.
 - a. Tentukan peluang bahwa yang terambil adalah kartu *Queen*.
 - b. Jika percobaan diulang 100 kali, tentukan frekuensi harapan terambilnya kartu As.
5. Seorang siswa mempunyai peluang lulus ujian sebesar 0,95. Jika jumlah siswa yang ikut ujian 200 siswa, berapa siswa yang diperkirakan tidak lulus?



C. Kejadian Majemuk

Suatu peristiwa atau kejadian bisa saja mempunyai hubungan dengan kejadian lain. Ada yang saling mempengaruhi, ada juga yang tidak. Masing-masing kejadian mempunyai peluang. Berikut ini akan kita pelajari peluang masing-masing kejadian baik yang mempunyai hubungan atau tidak.

1. Peluang Komplemen Suatu Kejadian

Misalkan S ruang sampel dan $n(S) = n$. Andaikan A adalah kejadian dalam ruang sampel S dengan $n(A) = k$, dan A^c adalah komplemen kejadian A , maka $n(A^c) = n - k$. Sehingga:

$$P(A^c) = \frac{n(A^c)}{n(S)} = \frac{n-k}{n} = \frac{n}{n} - \frac{k}{n} = 1 - P(A)$$

Jadi, disimpulkan:

$$P(A^c) = 1 - P(A) \text{ atau } P(A) + P(A^c) = 1$$

Contoh 3.10

Pada percobaan melempar dadu, A adalah kejadian munculnya bilangan genap dan B adalah kejadian munculnya angka 6. Tentukan peluang kejadian:

- A^c
- B^c

Penyelesaian:

Pada percobaan ini, ruang sampelnya $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ sehingga $n(S) = 6$.

- A = kejadian muncul bilangan genap sehingga $A = \{2, 4, 6\}$ dan $n(A) = 3$.

Cara I:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Cara II:

$$A^c = \{1, 3, 5\}, n(A^c) = 3$$

$$P(A^c) = \frac{n(A^c)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$



- b. B = kejadian muncul angka 6 sehingga $B = \{6\}$ dan $n(B) = 1$.

Cara I:

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

$$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Cara II:

$$B^c = \{1, 2, 3, 4, 5\}, n(B^c) = 5$$

$$P(B^c) = \frac{n(B^c)}{n(S)} = \frac{5}{6}$$

2. Peluang Gabungan Dua Kejadian

Misalkan A dan B masing-masing kejadian dalam ruang sampel S . Gabungan kejadian A atau B (dinotasikan $A \cup B$) adalah himpunan semua titik sampel yang terdapat pada kejadian A atau B atau keduanya. Dalam teori himpunan, perhitungan banyaknya anggota $A \cup B$ dalam semesta S dirumuskan:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Sehingga peluang kejadian A atau B (dinotasikan $P(A \cup B)$) ditentukan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= \frac{n(A \cup B)}{n(S)} \\ &= \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(S)} \\ &= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} \\ &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \end{aligned}$$

Jadi, disimpulkan bahwa jika A dan B adalah dua kejadian sembarang, maka berlaku:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Selanjutnya kejadian A dan B dikatakan **saling lepas** jika kejadian A dan B tidak dapat terjadi bersama-sama atau $A \cap B = \emptyset$ atau $P(A \cap B) = 0$. Jadi, jika A dan B kejadian yang saling lepas, akan berlaku:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



Aturan ini sering disebut sebagai aturan penjumlahan untuk dua kejadian yang saling lepas.

Contoh 3.11

1. Sebuah kartu diambil secara acak dari kotak yang berisi seperangkat kartu yang sama bentuknya dari nomor 1 sampai dengan 7. Misalkan A kejadian terambilnya kartu bernomor bilangan prima dan B kejadian terambilnya kartu bernomor genap. Tentukan peluang kejadian A atau B .

Penyelesaian:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, n(S) = 7$$

$$A = \{2, 3, 5, 7\}, n(A) = 4, \text{ sehingga } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{7}$$

$$B = \{2, 4, 6\}, n(B) = 3, \text{ sehingga } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{7}$$

$$A \cap B = \{2\}, n(A \cap B) = 1, \text{ sehingga } P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{7}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{7} + \frac{3}{7} - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

2. Dua dadu dilempar satu kali. Misalkan A adalah kejadian jumlah angka kedua dadu sama dengan 4 dan B adalah kejadian jumlah angka kedua dadu sama dengan 10. Tentukan kemungkinan terjadinya A atau B .

		Dadu Kedua					
		1	2	3	4	5	6
Dadu Pertama	1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)



Penyelesaian:

$$n(S) = 36$$

$$A = \{(1,3), (2,2), (3,1)\}, n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$B = \{(4,6), (5,5), (6,4)\}, n(B) = 3$$

$$P(B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$$

Sudut Matematika**Menumbuhkan Sifat Kritis**

"Peluang kita kosong!" begitu kata Gus Dur menirukan kata-kata Koley sang pelatih PSSI yang tertulis pada judul berita di harian Tempo 11 November 2007 lalu". Benarkah pernyataan tersebut? Berikan alasan kalian.

Sumber: mathematicse.wordpress.com

3. Kejadian Saling Bebas

Kejadian A dan B dikatakan saling bebas jika kejadian A dan B tidak saling mempengaruhi. Artinya terjadi atau tidak terjadinya kejadian A tidak mempengaruhi terjadi atau tidak terjadinya kejadian B . Jika A dan B adalah kejadian yang saling bebas, maka berlaku:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Contoh 3.12

Dua dadu berupa dadu merah dan dadu putih dilempar sekali. Jika kejadian A adalah kejadian muncul mata 3 pada dadu merah dan kejadian B adalah kejadian muncul jumlah mata kedua dadu itu 7. Tunjukkan bahwa kejadian A dan B saling bebas.

Penyelesaian:

		Dadu Putih					
Dadu Merah		1	2	3	4	5	6
	1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$n(S) = 36$$

$$A = \{(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)\}, n(A) = 6$$

$$B = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}, n(B) = 6$$

$$A \cap B = \{(3,4)\}, n(A \cap B) = 1$$



$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}; \quad P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}; \quad P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

Sehingga:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$\frac{1}{36} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$$

Jadi, kejadian A dan B adalah kejadian yang saling bebas.

4. Kejadian Bersyarat

Misalkan A dan B adalah dua kejadian dalam ruang sampel S . Jika kejadian A dan B dapat terjadi bersama-sama, tetapi terjadi atau tidak terjadinya kejadian A akan mempengaruhi terjadi atau tidak terjadinya kejadian B , maka kejadian seperti ini dinamakan kejadian tidak saling bebas atau kejadian bersyarat. Jika kejadian A dan B adalah kejadian bersyarat maka, berlaku:

Peluang munculnya kejadian A dengan syarat kejadian B telah muncul adalah:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Peluang munculnya kejadian B dengan syarat kejadian A telah muncul adalah:

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Contoh 3.13

Sebuah kotak berisi tiga bola merah dan dua bola biru. Pada pengambilan dua kali berurutan tanpa pengembalian, tentukan peluang untuk mendapatkan satu bola merah pada pengambilan pertama dan satu bola biru pada pengambilan kedua.

Penyelesaian:

Peluang pada pengambilan bola pertama berwarna merah adalah

$$P(A) = \frac{3}{5}.$$

Dalam hal ini dianggap yang terambil benar-benar bola merah. Karena tanpa pengembalian, maka pada kotak tersebut tinggal 2 bola merah dan 2 bola biru. Peluang terambil kelereng biru pada pengambilan kedua adalah:



$$P(B|A) = \frac{2}{4} = \frac{3}{5}$$

Jadi, peluang bahwa pada pengambilan pertama bola merah dan pengambilan kedua bola biru adalah:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$$

Kegiatan Menulis 3.3



Untuk lulus SMA, siswa harus menempuh ujian dan untuk diterima di perguruan tinggi disyaratkan harus lulus ujian masuk. Apakah hubungan antara dua kejadian tersebut? Mengapa?



Latihan 3.5

- Empat kartu diambil dari satu set kartu *bridge*. Tentukan peluang terambilnya:
 - 2 kartu *King* dan 2 kartu *As*
 - 1 kartu *Queen* dan 3 kartu *Jack*.
- Pada pelemparan sebuah dadu, *A* adalah kejadian munculnya bilangan genap, *B* adalah kejadian munculnya bilangan prima, dan *C* adalah kejadian munculnya bilangan ganjil.
 - Tentukan peluang kejadian *A*, *B*, dan *C*.
 - Apakah kejadian *A* dan *B* saling lepas?
 - Apakah kejadian *A* dan *C* saling lepas?
- Sebuah kartu diambil dari satu set kartu *bridge*. Pada percobaan tersebut, *A* adalah kejadian terambil kartu *Heart* dan *B* adalah kejadian terambil kartu *King*.
 - Tentukan peluang kejadian *A* dan *B*.
 - Apakah kejadian *A* dan *B* saling bebas?
- Dalam sebuah kotak terdapat 5 bola merah dan 6 bola putih. Dua bola diambil secara acak berturut-turut dari kotak tersebut dengan pengembalian. Tentukan peluang:
 - kedua bola berwarna merah,
 - bola pertama merah dan bola kedua putih.



5. Di dalam sebuah kantong terdapat 8 kelereng hijau dan 7 kelereng biru. Diambil dua kelereng secara acak berturut-turut dari kantong tersebut tanpa pengembalian. Tentukan peluang:
- kedua kelereng berwarna biru
 - kelereng pertama merah dan kelereng kedua biru.



Refleksi

Carilah manfaat dari materi-materi yang ada pada bab peluang jika dikaitkan dalam kehidupan kalian sehari-hari baik dari internet atau jurnal di perpustakaan. Kemudian diskusikan dengan teman-teman dan guru kalian.



Rangkuman

- Dalam notasi matematika, nilai n faktorial dapat didefinisikan sebagai berikut:
 $n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \dots 3 \times 2 \times 1$, dengan n = bilangan asli
 $0! = 1$ dan $1! = 1$

- Permutasi k unsur dari n unsur yaitu semua urutan yang berlainan yang disusun dari k unsur yang diambil dari n unsur. Permutasi didefinisikan sebagai berikut.

$$P(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

- Permutasi dengan beberapa unsur yang sama adalah:

$$P(n, p, q, r, \dots) = \frac{n!}{p!q!r! \dots}$$

- Permutasi siklis (melingkar) dari n unsur dilambangkan dengan notasi $P_{siklis}(n)$ dan banyaknya:

$$P_{siklis}(n) = \frac{n!}{n} = (n-1)!$$

- Kombinasi adalah suatu susunan unsur-unsur dari sekumpulan unsur tanpa memperhatikan urutannya. Untuk menghitung banyak kombinasi k unsur dari n unsur yang tersedia dapat digunakan rumus:

$$C(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$



6. Peluang kejadian A dapat terjadi dengan k cara dari n cara. Nilainya dinotasikan dengan $P(A)$, yaitu:

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

Jika dalam ruang sampel, maka $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$.

7. Frekuensi harapan munculnya kejadian A dalam n kali percobaan adalah $F_{har}(A) = n \times P(A)$.
8. Peluang komplemen suatu kejadian dengan S ruang sampel dan $n(S) = n$, dan A kejadian dalam ruang sampel dengan $n(A) = k$, maka:

$$P(A^c) = \frac{n(A^c)}{n(S)} = \frac{n-k}{n} = \frac{n}{n} - \frac{k}{n} = 1 - P(A)$$

Jadi, $P(A^c) = 1 - P(A)$ atau $P(A) + P(A^c) = 1$.

9. Banyaknya anggota gabungan dua kejadian A dan B adalah:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Peluang gabungan dua kejadian sembarang berlaku:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

dan untuk kejadian A dan B saling lepas berlaku:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

10. Kejadian A dan B saling bebas dan tidak saling mempengaruhi, maka berlaku:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

11. Peluang munculnya kejadian A dengan syarat kejadian B

telah muncul adalah $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Peluang munculnya kejadian B dengan syarat kejadian A telah muncul adalah:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$





Uji Kompetensi

A. Berilah tanda silang (X) pada huruf *a*, *b*, *c*, *d*, atau *e* yang kalian anggap benar.

- Hasil dari $\frac{16!}{14!}$ adalah
 - 140
 - 200
 - 240
 - 250
 - 3.360
- Banyaknya bilangan ganjil yang terdiri atas 3 angka yang disusun dari angka 1, 2, 3, 4, 6, dan 8 tanpa pengulangan adalah
 - 24
 - 28
 - 40
 - 48
 - 60
- Doni, Dedi, Dodi, dan Doli akan bekerja secara bergiliran. Banyaknya urutan bekerja yang dapat disusun dengan Dodi selalu pada giliran terakhir adalah
 - 3
 - 6
 - 12
 - 18
 - 24
- Suatu tim bola voli terdiri atas 6 pemain yang dipilih dari 9 orang. Banyaknya macam susunan yang dapat dibentuk adalah
 - 18
 - 21
 - 48
 - 54
 - 84
- Ada 10 titik dan tidak ada 3 titik yang terletak segaris. Banyaknya segitiga yang dapat dibuat adalah
 - 15
 - 30
 - 60
 - 120
 - 240
- Suatu gedung mempunyai lima pintu masuk. Tiga orang hendak memasuki gedung tersebut. Banyak cara agar mereka dapat memasuki gedung tersebut adalah
 - 10
 - 20
 - 30
 - 50
 - 60



7. Dua orang pergi menonton pertandingan sepak bola. Jika stadion itu mempunyai 4 pintu dan mereka masuk melalui sebuah pintu dan keluar dengan pintu yang berbeda, maka banyaknya cara yang terjadi adalah
 - a. 18
 - b. 20
 - c. 24
 - d. 60
 - e. 75
8. Pihak pengelola suatu perusahaan memerlukan 4 staf pengurus. Jika tersedia 7 calon, maka kemungkinan banyaknya susunan staf pengurus adalah
 - a. 210
 - b. 105
 - c. 42
 - d. 35
 - e. 30
9. Dalam suatu ruangan terdapat 30 orang. Setiap orang saling bersalaman. Banyaknya salaman yang dilakukan adalah
 - a. 435
 - b. 455
 - c. 870
 - d. 875
 - e. 885
10. Akan dibuat plat nomor yang terdiri atas 3 angka dari 8 angka yang disediakan. Banyak plat nomor yang harus dibuat adalah
 - a. 336
 - b. 60
 - c. 56
 - d. 24
 - e. 10
11. Dari 5 orang calon pengurus akan dipilih seorang ketua, wakil ketua, dan seorang bendahara. Banyaknya susunan pengurus yang mungkin terjadi adalah
 - a. 10
 - b. 15
 - c. 20
 - d. 60
 - e. 125
12. Kata "ADAP" dapat disusun secara berlainan dengan . . . cara.
 - a. 4
 - b. 6
 - c. 12
 - d. 18
 - e. 24
13. Banyaknya cara 5 orang untuk menempati dua kursi yang tersedia adalah
 - a. 5
 - b. 6
 - c. 10
 - d. 20
 - e. 120



14. Dari delapan orang pemain bulutangkis akan dibentuk pasangan ganda. Banyaknya kemungkinan pasangan ganda yang dapat dibentuk adalah
- 72
 - 56
 - 28
 - 16
 - 10
15. Dari 7 orang pengurus organisasi akan dipilih seorang ketua, wakil ketua, sekretaris, dan bendahara. Banyaknya susunan pengurus yang mungkin adalah
- 210
 - 250
 - 252
 - 260
 - 840
16. Dari 7 orang musisi akan dibentuk grup musik yang terdiri atas 4 orang. Banyaknya cara membentuk grup tersebut adalah
- 35
 - 70
 - 210
 - 560
 - 840
17. Banyaknya permutasi semua huruf pada kata "MAHATMA" adalah
- 420
 - 1.008
 - 1.680
 - 2.520
 - 5.040
18. Dua buah dadu dilempar bersama-sama satu kali, peluang munculnya mata dadu berjumlah 7 atau 10 adalah
- $\frac{7}{36}$
 - $\frac{9}{36}$
 - $\frac{10}{36}$
 - $\frac{17}{36}$
 - $\frac{18}{36}$
19. Sebuah mata uang dan sebuah dadu dilempar sekali. Peluang munculnya angka pada mata uang dan bilangan ganjil pada dadu adalah
- $\frac{5}{6}$
 - $\frac{1}{3}$
 - $\frac{2}{3}$
 - $\frac{1}{4}$
 - $\frac{1}{6}$



20. Badu mengikuti ujian Matematika dan Kimia. Peluang Badu lulus ujian Matematika adalah $\frac{1}{2}$ dan peluang lulus Kimia adalah $\frac{2}{3}$. Peluang Badu untuk lulus keduanya adalah
- a. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{5}{6}$
 b. $\frac{1}{3}$ e. $\frac{1}{6}$
 c. $\frac{1}{4}$
21. Di dalam sebuah kantong terdapat 3 bola merah dan 5 bola putih. Dari dalam kantong tersebut diambil 3 bola sekaligus. Kemungkinan bahwa ketiga bola tersebut terdiri atas 1 bola merah dan 2 bola putih adalah
- a. $\frac{30}{56}$ d. $\frac{3}{8}$
 b. $\frac{2}{10}$ e. $\frac{11}{15}$
 c. $\frac{13}{30}$
22. Dari 15 butir telur yang dijual terdapat 5 butir yang cacat. Seorang ibu membeli 3 butir telur tanpa memilih. Nilai kemungkinan ia mendapat 3 butir telur yang baik adalah
- a. $\frac{28}{81}$ d. $\frac{3}{10}$
 b. $\frac{1}{5}$ e. $\frac{1}{3}$
 c. $\frac{24}{91}$
23. Suatu kantong berisi 40 kelereng merah dan 10 kelereng putih. Bila dari kantong itu diambil 2 kelereng merah, maka peluang mengambil lagi satu biji tanpa dikembalikan berwarna putih dari kantong tersebut adalah
- a. $\frac{9}{50}$ d. $\frac{7}{54}$
 b. $\frac{1}{16}$ e. $\frac{5}{24}$
 c. $\frac{1}{3}$



24. Dalam satu kotak terdapat 3 bola merah dan 6 bola putih. Diambil dua bola berturut-turut tanpa pengembalian. Peluang kedua bola itu merah adalah

a. $\frac{1}{12}$

d. $\frac{7}{12}$

b. $\frac{2}{9}$

e. $\frac{1}{3}$

c. $\frac{1}{4}$

25. Pada percobaan melempar uang logam tiga kali, besarnya peluang munculnya dua angka berturut-turut adalah

a. $\frac{1}{4}$

d. $\frac{3}{8}$

b. $\frac{1}{3}$

e. $\frac{3}{4}$

c. $\frac{1}{2}$

26. Jika 2 buah dadu dilempar sekali bersamaan, maka peluang diperoleh jumlah mata kedua dadu paling sedikit sepuluh adalah

a. $\frac{1}{2}$

d. $\frac{1}{12}$

b. $\frac{1}{6}$

e. $\frac{1}{4}$

c. $\frac{1}{3}$

27. Pada percobaan melempar tiga keping uang logam 240 kali, frekuensi harapan kejadian muncul 2 gambar adalah

a. 30

d. 60

b. 40

e. 90

c. 45

28. Dua dadu dilambungkan bersamaan. Peluang munculnya mata dadu yang jumlahnya kurang dari lima atau lebih dari delapan adalah

a. $\frac{1}{9}$

d. $\frac{5}{12}$

b. $\frac{5}{18}$

e. $\frac{1}{6}$

c. $\frac{4}{9}$



29. Pada pelemparan dua dadu sebanyak satu kali, peluang munculnya mata dadu berjumlah 8 atau 5 adalah

- | | |
|------------------|-------------------|
| a. $\frac{2}{9}$ | d. $\frac{5}{9}$ |
| b. $\frac{1}{4}$ | e. $\frac{5}{26}$ |
| c. $\frac{1}{9}$ | |

30. Sebuah kotak berisi 3 bola putih dan 5 bola hitam. Diambil dua bola sekaligus dari kotak itu. Peluang terambil 2 bola hitam adalah

- | | |
|------------------|-------------------|
| a. $\frac{4}{5}$ | d. $\frac{5}{14}$ |
| b. $\frac{1}{4}$ | e. $\frac{2}{5}$ |
| c. $\frac{5}{8}$ | |

B. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan benar.

- Tentukan nilai n yang memenuhi:
 - $P(n,2) = 90$
 - $P(n+2,n) = 50$
- Diketahui himpunan $P = \{a, b, c, d, e\}$. Tentukan banyaknya himpunan bagian dari P yang terdiri atas 3 elemen.
- Tiga bola diambil dari sebuah kotak yang berisi 7 bola putih dan 4 bola merah. Berapa banyak cara pengambilan tersebut jika yang terambil adalah:
 - semuanya berwarna putih,
 - semuanya berwarna merah,
 - dua putih dan satu merah?
- Sebuah kantong berisi 6 kelereng merah, 8 kelereng biru, dan 4 kelereng hijau. Jika diambil 3 kelereng secara acak, tentukan peluang terambil:
 - semua merah,
 - 2 biru dan 1 hijau,
 - berbeda warna.
- Dalam sebuah kotak terdapat 8 bola merah dan 4 bola putih. Dua bola diambil secara acak berturut-turut dari kotak tersebut dengan pengembalian. Tentukan peluang:
 - kedua bola berwarna merah,
 - bola pertama berwarna merah dan bola kedua berwarna putih.



Latihan Semester



A. Berilah tanda silang (X) pada huruf *a*, *b*, *c*, *d*, atau *e* yang kalian anggap benar.

1. Nilai dari $8!$ adalah
 - a. 5.040
 - b. 40.310
 - c. 40.320
 - d. 40.540
 - e. 45.040
2. dari dari $\frac{10!5!}{7!}$ adalah
 - a. 8.640.000
 - b. 854.000
 - c. 86.400
 - d. 86.400
 - e. 8.640
3. Notasi faktorial dari 6×5 adalah
 - a. $4!$
 - b. $6!$
 - c. $\frac{6!}{3!}$
 - d. $\frac{6!}{4!}$
 - e. $\frac{6!}{5!}$
4. 4 . 6 bentuk faktorialnya adalah
 - a. $\frac{3! \times 6!}{3! \times 5!}$
 - b. $\frac{3! \times 6!}{4! \times 5!}$
 - c. $\frac{4! \times 3!}{6! \times 5!}$
 - d. $\frac{4! \times 6!}{4! \times 5!}$
 - e. $\frac{4! \times 6!}{3! \times 5!}$
5. $P(5,3) - P(6-2) = \dots$
 - a. 30
 - b. 480
 - c. 500
 - d. 5.040
 - e. 6.000
6. Banyak susunan huruf yang terdiri dari 4 huruf yang diambil dari huruf-huruf A, K, U, N, T, S, adalah
 - a. 8.640
 - b. 720
 - c. 360
 - d. 180
 - e. 90



7. Tim sepakbola Indonesia mengadakan acara doa bersama sebelum bermain dengan berdiri memutar. Banyaknya susunan posisi berdoa yang mungkin adalah
 - a. 3.628.800
 - b. 39.916.800
 - c. 479.001.600
 - d. 362.880.000
 - e. 399.168.000
8. Banyak susunan huruf yang dapat disusun dari tiap huruf pada kata EKONOMI adalah
 - a. 10.080
 - b. 2520
 - c. 1260
 - d. 630
 - e. 315
9. Sebuah koperasi sekolah memerlukan 2 pengurus. Jika ada 7 siswa yang mendaftar untuk menjadi pengurus, maka banyaknya susunan pengurus yang mungkin ada
 - a. 42
 - b. 47
 - c. 120
 - d. 2520
 - e. 5040
10. Nilai dari $C(5,3)$ adalah
 - a. 60
 - b. 40
 - c. 30
 - d. 20
 - e. 10
11. Dalam pelatnas bulu tangkis diikuti 8 pemain putra dan 5 pemain putri. Banyak pasangan ganda yang dapat dipilih untuk ganda campuran adalah
 - a. 78
 - b. 56
 - c. 40
 - d. 30
 - e. 13
12. Harga n yang memenuhi persamaan $P(n,2) = 20$ adalah
 - a. 2
 - b. 4
 - c. 5
 - d. 8
 - e. 10
13. Banyak bilangan yang terdiri dari 4 angka bernilai lebih dari 4000, yang dapat disusun dari angka-angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, dan 7, jika angka-angka tersebut hanya digunakan sekali pada setiap bilangan adalah
 - a. 840
 - b. 480
 - c. 420
 - d. 240
 - e. 120



14. Dalam sebuah kotak berisi 8 buah bola yang warnanya berbeda-beda. Banyak cara untuk mengambil 3 bola dari kotak tersebut adalah
- 2.016
 - 480
 - 420
 - 240
 - 120
15. Seorang siswa diminta mengerjakan 5 soal dari 6 soal ulangan, dengan soal nomor satu harus dikerjakan. Banyaknya pilihan yang dapat diambil siswa tersebut adalah
- 4
 - 5
 - 6
 - 8
 - 9
16. Suatu pertemuan dihadiri oleh 15 undangan. Apabila mereka saling berjabat tangan, banyak jabat tangan yang terjadi dalam pertemuan itu adalah
- 15
 - 30
 - 105
 - 157
 - 210
17. Jika diketahui $C(n+1, 4) = C(n, 3)$, maka n adalah
- 7
 - 6
 - 5
 - 4
 - 3
18. Dari 10 siswa akan dibentuk tim bola voli berbeda yang mungkin dapat dibentuk adalah
- 420
 - 210
 - 120
 - 60
 - 45
19. Pertemuan bisnis yang diadakan di gedung pertemuan dihadiri oleh 10 orang wirausahawan. Jika meja peserta seminar berbentuk lingkaran, banyak cara mereka duduk dengan mengelilingi meja tersebut adalah
- 632.800
 - 632.880
 - 362.880
 - 362.800
 - 3 atau 6
20. Diketahui $\frac{(n+2)!}{n!} = 20$, maka nilai n yang memenuhi adalah
- 2 atau 9
 - 2 atau -9
 - 6 atau 3
 - 6 atau -3
 - 3 atau 6



B. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan benar.

1. Dalam sebuah perjamuan makan terdapat 3 macam sayur, 4 macam lauk pauk, dan 2 macam buah-buahan. Berapa cara seseorang dapat mengkombinasikan makanannya?
2. Perjalanan dari Solo ke Semarang terdapat 3 jalur dan dari Semarang ke Jakarta terdapat 4 jalur. Berapa banyaknya perjalanan yang ditempuh dari Solo ke Jakarta melalui Semarang?
3. Terdapat 5 buah bendera negara yang berbeda akan dipasang pada 5 buah tiang bendera. Ada berapa banyak cara pemasangan bendera-bendera tersebut?
4. Pada sebuah pertemuan presiden-presiden se-ASEAN akan duduk mengelilingi meja bundar. Berapakah banyaknya susunan tempat duduk yang mungkin?
5. Tentukan nilai $P(A)$ jika diketahui A dan B dua kejadian yang saling bebas dan diketahui:

a. $P(B) = \frac{1}{6}$; $P(A \cup B) = \frac{2}{8}$

b. $P(B) = \frac{1}{2}$; $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$



Daftar Pustaka

- Cristhoper M. Linthon. 2004. *From Eudoxus to Einstein to Einstein: A History of Mathematical Astronomy*. Cambrige University Press.
- Crowell, B. 2003. *"Calculus" Light and Matter*. Fullerton.
- Dennis Howwitt, Duncan Cramer. 2004. *The Sage Dictionary of Statistic*.
- Faraz, H. 2006. *Understanding Calculus*.
- Garrett. P. 2006. *Notes of First Year Calculus*. University of Minnesota.
- Glen M. Cooper. 2003. *Omar Khayyam, The Mathematician*. The Journal of the American Oriental Society.
- Kallanberg, O. 2006. *Foundations of Modern Probability, 2nd ed.*. Springer Series in Statistic.
- Keller. 2006. *The Tao of Statistic*.
- Pusat Kurikulum. 2006. *Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan*. Jakarta: Depdiknas.
- Stillwell, John. 2004. *Analytic Geometry, Mathematic and its History. Second Edition*. Springer Science Business Media Inc.
- Stroyan, KD. 2004. *A Brief Introduction to Infinitesimal Calculus*. University of Iowa.



Indeks

B

batas atas 20
batas bawah 20

C

cara coding 39

D

data 3
data diskrit 9
data kontinu 9
data statistik 12
data tak terkelompok 18
data terkecil 69
data tunggal 19
desil 56
diagram 3
diagram batang 9
diagram batang daun 9, 14
diagram garis 9
diagram lingkaran 9, 12
distribusi frekuensi relatif 22

F

faktorial 88
frekuensi harapan 98
frekuensi kumulatif 23

H

histogram 26

I

interval 19
interval kelas 20, 22

J

juring 12

K

kaidah pencacahan 84
kejadian bersyarat 104
kelas 19
kombinasi 93
komplemen 100
kuartil 3, 52, 56

P

pagar dalam 70
pagar luar 70

peluang 95, 96, 104
pencilan 68, 70
permutasi 88
permutasi siklis 91
populasi 9
probabilitas 96

R

rataan 3
rataan harmonis 36
rataan hitung 36
rataan ukur 36
ruang sampel 96, 101

S

saling bebas 103
saling lepas 101
sampel 9
statistika 3
statistika deskriptif 3
statistika induktif 3
sudut pusat 12

T

tabel 3
tabel distribusi frekuensi 19
tepi atas 20
tepi bawah 20



■ Glosarium

Data. Segala informasi yang didapat dalam bentuk angka, bukan angka, atau lambang dari suatu pengamatan yang dilakukan pada populasi atau sampel.

Data diskrit. Data yang diperoleh dari hasil menghitung atau mencacah.

Data kontinu. Data yang diperoleh dari hasil mengukur.

Data kualitatif. Data yang berbentuk kategori atau atribut.

Data kuantitatif. Data yang berupa bilangan.

Diagram batang. Suatu data dapat dipahami yang mudah dibaca adalah diagram batang.

Diagram garis. Diagram yang ditunjukkan dengan garis.

Diagram lambang. Piktogram, diagram gambar.

Diagram lingkaran. Diagram yang menggunakan daerah lingkaran untuk menggambarkan suatu keadaan.

Diagram. Gambar yang menyajikan data tentang sesuatu masalah.

Frekuensi kumulatif. Frekuensi yang dijumlahkan.

Frekuensi. Banyak kalinya suatu data muncul.

Kuartil. Pengelompokan empat-empat, membagi susunan data menjadi empat bagian sama banyak.

Mean. Rata-rata data

Median. Ukuran tengah dalam suatu kelompok ukuran setelah data diurutkan.

Modus. Nilai yang paling sering muncul.

Permutasi. Susunan menurut aturan tertentu suatu himpunan yang beranggota n benda yang berlainan.

Range. Range dalam statistik disebut "sebaran" ialah selisih antara angka data tertinggi dengan angka yang terendah.

Rataan sementara. Titik tengah interval yang sejajar dengan nilai deviasi 0 dari daftar distribusi frekuensi interval kelas.

Statistik. Catatan angka-angka (bilangan), perangkaan.

Statistika. Pengetahuan yang berhubungan dengan cara penyusunan data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan mengenai suatu keseluruhan berdasarkan data yang ada pada bagian dari keseluruhan tadi.

Statistika deskriptif. Bagian statistika yang mempelajari cara penyusunan dan penyajian data yang dikumpulkan.

Statistika induktif. Bagian statistika yang mempelajari tata cara penarikan kesimpulan yang valid mengenai populasi berdasarkan data pada sampel.

Tabel distribusi frekuensi

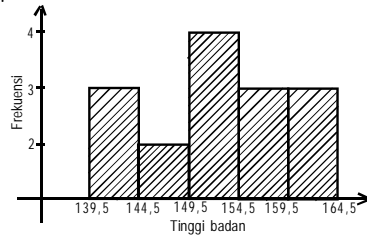
Tabel frekuensi. Tabel yang memuat tentang distribusi frekuensi suatu ukuran-ukuran.



Kunci

Bab 1 Statistika

- A. 1. c 3. b 5. a 7. c 9. c
B. 1.



3. 70
5. 5,76

Bab 2 Ukuran Data

- A. 1. c 5. e 9. a
2. d 6. c 10. c
3. e 7. d
4. b 8. d
B. 1. Rata-rata = 10

Berat Badan	f_i	x_i	fx_i	F_{kum}
50-52	4	51	204	4
53-55	5	54	270	9
56-58	3	57	171	12
59-61	2	60	180	14
62-64	6	63	378	20
	20		1.203	

Mean / rata-rata $(\bar{x}) = 60,15$

Median (Me) = 56

Modus = 64,5

3.

Berat Badan	f
31	2
37	4
36	3
34	1
41	5
29	4
25	3

diurutkan menjadi

Berat Badan	f
25	3
29	4
31	2
34	1
36	3
37	4
41	5
	22

$D_2 = 29$
 $D_5 = 27,4$

4. 6, 4, 3, dan 1

Latihan Semester 1

1. e 11. e 21. a
3. c 13. b 23. b
5. c 15. d 25. c
7. c 17. b
9. b 19. e

Bab 3 Peluang

- A. 1. c 11. a 21. a
3. b 13. c 23. e
5. d 15. e 25. d
7. c 17. a 27. d
9. a 19. d 29. b
B. 1. a. $n = 11$
b. $n = 6$
2. $P(5,3) = 60$
3. a. $C(7,3) = 35$
b. $C(4,3) = 4$
c. $C(7,2) \times C(4,1) = 84$
4. a. $C(6,3) = 20$
b. $C(8,2) \times C(4,1) = 112$
c. $C(6,1) \times C(8,1) \times C(4,1) = 192$
5. a. $C(8,2) = 28$
b. $C(8,1) \times C(4,1) = 32$

Latihan Semester 2

1. c 11. b
3. d 13. a
5. a 15. b
7. a 17. e
9. a 19. c



Matematika

Untuk Sekolah Menengah Atas
& Madrasah Aliyah Kelas XI Bahasa

$$\tan^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$$
$$\cos^4 \alpha = \frac{\sin^4 \alpha}{\tan^4 \alpha}$$

ISBN 979-462-910-3

Buku ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP) dan telah dinyatakan layak sebagai buku teks pelajaran berdasarkan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 46 Tahun 2007 tanggal 5 Desember 2007 tentang Penetapan Buku Teks Pelajaran yang Memenuhi Syarat Kelayakan untuk Digunakan dalam Proses Pembelajaran.

HET (Harga Eceran Tertinggi) Rp. 8.064,-